計測自動制御学会論文集
Vol. 29, No. 6, 677/684 (1993)

2自由度フレキシブル・マニピュレータの動的な位置と力のハイブリッド制御[†]

松野文俊*・山本一雄*

Dynamic Hybrid Position/Force Control of a Two-Degree-of-Freedom Flexible Manipulator

Fumitoshi MATSUNO* and Kazuo YAMAMOTO*

In this paper, a method is proposed whereby both contact force exerted by a flexible manipulator, and position of end-effector while in contact with a surface are controlled. We approximate elastic deformations by means of B-spline functions and derive dynamic equations of joint angles, vibration of the flexible link, and constraint force. A controller for the hybrid position/force control of the flexible manipulator is designed on the basis of the singular perturbation method. Simulation results are shown.

Key Words: flexible manipulator, dynamic hybrid position/force control, B-spline function, constraint force, singular perturbation method

1. はじめに

これまでの産業用ロボットは十分な位置決め精度が得られるようにリンク剛性を高くするというのが一般的であった．ところが，近年，高速化・省エネルギの要求から軽量化が望まれるようになってきた．また宇宙空間で作業するマニピュレータなどは打ち上げコストの面で軽量化が必須となっている．マニピュレータを軽量化するとアームは必然的にフレキシブルなものとなり，弾性によるたわみや振動が無視できなくなる．このようなマニピュレータを制御するには，アームの弾性によるたわみや振動抑制を十分考慮しなければならなくなり，数多くの研究がなされてきた[1)~6)]．また，ロボットに種々の作業をさせる場合，より広範で高度な作業を遂行できるようにするためにはロボットの手先効果器が対象物に与える力を検知し制御することが必要である．宇宙空間において，スペース・ステーションのような大規模宇宙構造物を宇宙ロボットを用いて構築する場合には，マニピュレータの位置と振動だけでなく対象物に与える力も制御しなくてはならない．剛体マニピュレータの力と位置のハイブリッド制御については数多く成果研究[7)~9)]が報告されている．しかしながら，宇宙ロボットに代表されるフレキシブル・マニピュレータの力制御の重要性は早くから指摘[10)]されているにもかかわらず，これに関する研究はほとんどなされていない．最近になり，力制御された2自由度フレキシブル・マニピュレータの線形近似モデルに対して安定性を議論している報告[11)]と，2自由度フレキシブル・マニピュレータの準静的な力と位置のハイブリッド制御に関する報告[12),13)]が見られる程度である．

本論文では，環境に拘束された第2リンクが柔軟な2自由度フレキシブル・マニピュレータのモデルを導出し，力と位置のハイブリッド制御を実現するための動的な制御器を提案する．まず，フレキシブル・リンクの弾性変位をB-スプライン関数を用いて近似し，ラグランジュ乗数法とラグランジュの運動方程式を用いて，リンクの関節角，フレキシブル・リンクの振動と拘束力の関係を表わす動特性方程式を導く．得られたモデルをSingular Perturbation法[6),14)]を用いてSlow SubsystemとFast Subsystemに分割し，Composite Control則に基づいた動的なハイブリッド制御器を構成する．最後に，シミュ

† IECON '91で発表(1991・10)

* 神戸大学工学部　神戸市灘区六甲台町1-1
* Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe

(Received August 17, 1992)
(Revised November 30, 1992)

レーションを行い提案した制御器の有効性を検証する．

2. 環境に拘束された2自由度フレキシブル・マニピュレータのモデリング

Fig. 1 に示すような環境に拘束された2自由度フレキシブル・マニピュレータについて考える．マニピュレータは第1リンクが剛体で第2リンクが柔軟であり，リンク $i(i=1, 2)$ の長手方向に x_i 軸を取るように座標系 Σ_i を定める．また，O-XY を絶対座標系 Σ_0 とし，x_i, y_i 軸の Σ_0 からみた単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}_i, \boldsymbol{j}_i$ とする．

本論文で用いる記号を以下のように定義する．

- $\boldsymbol{P}$：マニピュレータの先端を Σ_0 から見た位置ベクトル
- $\boldsymbol{r}$：フレキシブル・リンク2の任意の点を Σ_0 から見た位置ベクトル
- Q：拘束面からフレキシブル・リンク2の先端に働く軸力
- M：フレキシブル・リンク2の先端の質量
- f_n：拘束面から受ける力の大きさ
- $\boldsymbol{n}$：接触点における拘束面の法線ベクトル
- $\theta_i(i=1, 2)$：リンク i の回転角
- EI：フレキシブル・リンク2の曲げ剛性
- J_1：剛体リンク1の Σ_1 の原点に関する慣性モーメント
- J_2：モータ2のロータの Σ_2 の原点に関する慣性モーメント
- ρ：フレキシブル・リンク2の線密度
- L_i：リンク i の長さ
- τ_i：モータ i の発生トルク

座標系 Σ_1 と Σ_2 の単位ベクトルは

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{i}_1=[\cos\theta_1, \sin\theta_1]^T, \boldsymbol{j}_1=[-\sin\theta_1, \cos\theta_1]^T,\\&\boldsymbol{i}_2=[\cos(\theta_1+\theta_2), \sin(\theta_1+\theta_2)]^T,\\&\boldsymbol{j}_2=[-\sin(\theta_1+\theta_2), \cos(\theta_1+\theta_2)]^T\end{aligned} \tag{1}$$

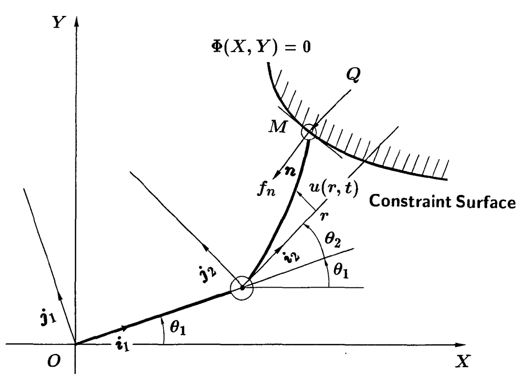

Fig. 1 Two-degree-of-freedom flexible manipulator

となる．時刻 t で $\boldsymbol{i}_2$ 軸上の位置 $r(0\le r\le L_2)$ におけるフレキシブル・リンク2の弾性変位 $u(t, r)$ を

$$u(t, r)=\sum_{j=-1}^{N+1}a_j(t)B_j(r) \tag{2}$$

と近似する．ここで，$B_j(r)$ は3次のB-スプライン関数

$$B_j(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{6h^3}(r-h_{i-2})^3, & r\in[h_{j-2}, h_{j-1}]\\ \dfrac{1}{6h^3}\{h^3+3h^2(r-h_{j-1}) \\ \quad +3h(r-h_{j-1})^2-3(r-h_{j-1})^3\}, & r\in[h_{j-1}, h_j]\\ \dfrac{1}{6h^3}\{h^3+3h^2(h_{j+1}-r) \\ \quad +3h(h_{j+1}-r)^2-3(h_{j+1}-r)^3\}, & r\in[h_j, h_{j+1}]\\ \dfrac{1}{6h^3}(h_{j+2}-r)^3, & r\in[h_{j+1}, h_{j+2}]\\ \text{otherwise} & 0\end{cases} \tag{3}$$

である．ただし，$h=\dfrac{L_2}{N}, h_j=hj$ で，N はB-スプライン関数の刻み数である．また，リンク2の先端の弾性変位を $u_E(t)=u(t, L_2)$ とする．(1)式より，マニピュレータ先端の位置ベクトル $\boldsymbol{P}$ とフレキシブル・リンク2の任意の点を表わす位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ は

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{P}=L_1\boldsymbol{i}_1+L_2\boldsymbol{i}_2+u_E\boldsymbol{j}_2\\&\boldsymbol{r}=L_1\boldsymbol{i}_1+r\boldsymbol{i}_2+u(t, r)\boldsymbol{j}_2\end{aligned} \tag{4}$$

となり，その時間微分は

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{P}}=L_1\dot{\theta}_1\boldsymbol{j}_1+\{L_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)+\dot{u}_E\}\boldsymbol{j}_2-u_E(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)\boldsymbol{i}_2\\&\dot{\boldsymbol{r}}=L_1\dot{\theta}_1\boldsymbol{j}_1+\{r(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)+\dot{u}(t, r)\}\boldsymbol{j}_2\\&\qquad -u(t, r)(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)\boldsymbol{i}_2\end{aligned}$$

となる．ここで，$\dot{}$ は時間 t に関する微分である．

さて，拘束面の方程式が

$$\Phi(X, Y)=0 \tag{5}$$

と表現できるとする．(1)，(4)式より，マニピュレータの先端の位置ベクトル $(X_p, Y_p)^T$ は

$$\begin{aligned}&X_p=L_1\cos\theta_1+L_2\cos(\theta_1+\theta_2)-u_E\sin(\theta_1+\theta_2)\\&Y_p=L_1\sin\theta_1+L_2\sin(\theta_1+\theta_2)+u_E\cos(\theta_1+\theta_2)\end{aligned} \tag{6}$$

となり，(6)式を用いると，拘束条件(5)式は

$$\phi(\theta_1, \theta_2, u_E)=0 \tag{7}$$

と表わすことができる．なお，環境とマニピュレータの先端との間には摩擦はないものとする．

リンク2の境界条件を求めると，幾何学的境界条件はフレキシブル・リンク2の根元がモータ2のシャフトに固定されていることより

$$u(t, 0)=0, \quad u'(t, 0)=0 \tag{8}$$

となる．ただし，$'$ は空間 r に関する微分を表わす．また，フレキシブル・リンク2の先端におけるモーメント

と力のつり合いに関する自然境界条件はそれぞれ

$$EIu_E''=0 \tag{9}$$

$$M\ddot{\boldsymbol{P}}^T\boldsymbol{j}_2-EIu_E'''=Qu_E'+\frac{\partial\phi}{\partial u_E}\lambda \tag{10}$$

となる．この境界条件は厳密な偏微分方程式モデル[12]の境界条件と一致する．ここで，λは拘束条件に対応するラグランジュ乗数である．(9)式はフレキシブル・リンク2の先端ではモーメントが働かないことを，(10)式は先端に働く$\boldsymbol{j}_2$方向の力のつり合いを表わしている．したがって(8)，(9)式より

$$\begin{aligned}a_0(t)&=-\frac{B_{-1}'(0)B_1(0)-B_{-1}(0)B_1'(0)}{B_{-1}'(0)B_0(0)-B_{-1}(0)B_0'(0)}a_1(t)\\a_{-1}(t)&=-\frac{B_0'(0)B_1(0)-B_0(0)B_1'(0)}{B_0'(0)B_{-1}(0)-B_0(0)B_{-1}'(0)}a_1(t)\\a_{N+1}(t)&=-\frac{B_{N-1}''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}a_{N-1}(t)-\frac{B_N''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}a_N(t)\end{aligned} \tag{11}$$

を得る．(10)式に(2)式と(4)式の$\boldsymbol{P}$の定義を代入し，(11)式の最後の式を用いると

$$\begin{aligned}&M_2\Big[(L_1\cos\theta_1+L_2)\ddot{\theta}_1+L_2\ddot{\theta}_2+L_1\sin\theta_2\dot{\theta}_1^2\\&\quad+\Big\{B_{N-1}(L_2)+B_{N+1}(L_2)\frac{B_{N-1}''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}\Big\}\\&\quad\times\{\ddot{a}_{N-1}-a_{N-1}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2\}\\&\quad+\Big\{B_N(L_2)+B_{N+1}(L_2)\frac{B_N''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}\Big\}\\&\quad\times\{\ddot{a}_N-a_N(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2\}\Big]\\&\quad-EI\Big[\Big\{B_{N-1}'''(L_2)+B_{N+1}'''(L_2)\frac{B_{N-1}''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}\Big\}a_{N-1}\\&\quad+\Big\{B_N'''(L_2)+B_{N+1}'''(L_2)\frac{B_N''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}\Big\}a_N\Big]\\&=Q\Big[\Big\{B_{N-1}'(L_2)+B_{N+1}'(L_2)\frac{B_{N-1}''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}\Big\}a_{N-1}\\&\quad+\Big\{B_N'(L_2)+B_{N+1}'(L_2)\frac{B_N''(L_2)}{B_{N+1}''(L_2)}\Big\}a_N\Big]+\frac{\partial\phi}{\partial u_E}\lambda\end{aligned} \tag{12}$$

を得る．

この系の運動エネルギ$\mathcal{T}$，位置エネルギ$\mathcal{V}$および散逸エネルギ$\mathcal{D}$を求めると，

$$\mathcal{T}=\frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}J_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2+\frac{1}{2}M\dot{\boldsymbol{P}}^T\dot{\boldsymbol{P}}+\frac{1}{2}\int_0^{L_2}\dot{\boldsymbol{r}}^T\dot{\boldsymbol{r}}\rho dr \tag{13}$$

$$\mathcal{V}=\frac{1}{2}\int_0^{L_2}EI(u''(t,r))^2dr-\frac{1}{2}\int_0^{L_2}Q(t)(u'(t,r))^2dr \tag{14}$$

$$\mathcal{D}=\frac{1}{2}\int_0^{L_2}\delta(\dot{u}(t,r))^2dr \tag{15}$$

となり，ラグランジュ関数は$\mathcal{L}=\mathcal{T}-\mathcal{V}$で与えられる．ここで$\delta$は内部減衰係数である．マニピュレータの先端に働く拘束力f_nはラグランジュ乗数λを用いて

$$f_n\boldsymbol{n}=\lambda\begin{bmatrix}b(\theta_1,\theta_2,u_E)\\c(\theta_1,\theta_2,u_E)\end{bmatrix} \tag{16}$$

と表現できる．ただし，

$$b(\theta_1,\theta_2,u_E)=\frac{\partial\phi}{\partial X}(\theta_1,\theta_2,u_E),$$

$$c(\theta_1,\theta_2,u_E)=\frac{\partial\phi}{\partial Y}(\theta_1,\theta_2,u_E)$$

である．また，軸力Qは$f_n\boldsymbol{n}$の$-\boldsymbol{i}_2$成分である[15]から

$$Q=-f_n\boldsymbol{i}_2^T\boldsymbol{n} \tag{17}$$

となり，(1)，(16)，(17)式より

$$\begin{aligned}Q=-\lambda\{&b(\theta_1,\theta_2,u_E)\cos(\theta_1+\theta_2)\\&+c(\theta_1,\theta_2,u_E)\sin(\theta_1+\theta_2)\}\end{aligned} \tag{18}$$

という関係式が成り立つ．

(13)～(15)式に(2)，(11)，(12)，(18)式を用いると，ラグランジュの運動方程式よりモータ$i(i=1,2)$の回転の方程式は

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}_i}-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta_i}=\tau_i+\frac{\partial\phi}{\partial\theta_i}\lambda \tag{19}$$

で与えられ，振動の方程式は

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{a}_j}-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial a_j}+\frac{\partial\mathcal{D}}{\partial\dot{a}_j}=\frac{\partial\phi}{\partial a_j}\lambda,\ (j=1,\cdots,N-1) \tag{20}$$

となる．(19)式と(20)，(12)式を合せて表現すれば

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_{11}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{a}) & \boldsymbol{M}_{12}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{a})\\\boldsymbol{M}_{21}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{a}) & \boldsymbol{M}_{22}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{a})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\\\ddot{\boldsymbol{a}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{a})\\\boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{a})\end{bmatrix}\\&\quad+\lambda\begin{bmatrix}\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})+\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{a})\\\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{a})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{a},\dot{\boldsymbol{a}})\\\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{a},\dot{\boldsymbol{a}})\end{bmatrix}\\&\quad+\boldsymbol{EI}\begin{bmatrix}\boldsymbol{o}\\\boldsymbol{Ka}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}\\\boldsymbol{o}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{21}$$

という動特性方程式が得られる．ここで，

$$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1,\theta_2]^T,\ \boldsymbol{a}=[a_1,\cdots,a_N]^T,\ \boldsymbol{\tau}=[\tau_1,\tau_2]^T$$

である．またB-スプライン関数の性質より，$\boldsymbol{K}$はバンド幅が7の帯行列となる．

ChiouとShahinpoorが力制御された2自由度マニピュレータの安定性の解析に用いたモデル[11]は一端固定他端自由の片もちばりの固有関数を基にしている．フレキシブル・リンクの先端は拘束面に束縛されており自由端とはみなせない．したがって，このモデルを用いて安定性を議論することに疑問が生じる．本論文で提案したモデル(21)式は，本質的には3次の内装関数を用いた有限要素モデルであるが，これを用いることにより境界からの拘束力や軸力の影響を考慮することができる．したがって，(21)式はフレキシブル・マニピュレータが拘束を受けている場合にも適用できるモデルである．

3. Singular Perturbation 法を用いたモデルの導出

前章で得られた動特性方程式(21)式は，各リンクの関節変数とリンクの弾性変位の状態変数が互いに干渉した複雑なシステムとなっている．(21)式は Singular Perturbation 法[6),14)] における Tikhonov の定理[14)] を満足しており，Slow Subsystem(剛体マニピュレータの運動)と Fast Subsystem(弾性振動)に分割することができる．一般に，拘束されたフレキシブル・リンクの振動周波数は拘束されていない自由振動の周波数より高くなる．したがって，ある程度リンクの剛性が高く(EI が大きい)比較的ゆっくりとした先端効果器の運動を想定すれば，リンクの関節角を遅いモード，フレキシブル・リンクの振動を速いモードとして考えることができる．

3.1 Slow Subsystem

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_{11} & \boldsymbol{M}_{12}\\ \boldsymbol{M}_{21} & \boldsymbol{M}_{22}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{11} & \boldsymbol{H}_{12}\\ \boldsymbol{H}_{21} & \boldsymbol{H}_{22}\end{bmatrix} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{a}=\mu\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\xi},\ \mu=\frac{1}{EI} \tag{23}$$

とおく．(21)式の両辺に左から(22)式の行列をかけ，(23)式を用いると，

$$\begin{aligned}\ddot{\boldsymbol{\theta}}=&\boldsymbol{H}_{11}\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{f}_2+\left\{\boldsymbol{H}_{11}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{h}_1\right)+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{h}_2\right\}\lambda\\&+\boldsymbol{H}_{11}\boldsymbol{g}_1+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{g}_2+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{H}_{11}\boldsymbol{\tau}\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}\mu\boldsymbol{K}^{-1}\ddot{\boldsymbol{\xi}}=&\boldsymbol{H}_{21}\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{H}_{22}\boldsymbol{f}_2+\left\{\boldsymbol{H}_{21}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{h}_1\right)\right.\\&\left.+\boldsymbol{H}_{22}\boldsymbol{h}_2\right\}\lambda+\boldsymbol{H}_{21}\boldsymbol{g}_1+\boldsymbol{H}_{22}\boldsymbol{g}_2\\&+\boldsymbol{H}_{22}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{H}_{21}\boldsymbol{\tau}\end{aligned} \tag{25}$$

を得る．(25)式において $\mu=0$ として $\boldsymbol{\xi}$ について解くと，

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\xi}}=&-\boldsymbol{H}_{22}^{-1}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\Big[\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{f}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0)\\&+\boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{f}_2(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0)\\&+\left\{\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)+\boldsymbol{h}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\right)\right.\\&\left.+\boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{h}_2(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\right\}\lambda\\&+\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{g}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0,0)\\&+\boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{g}_2(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0,0)+\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\bar{\boldsymbol{\tau}}\Big]\end{aligned} \tag{26}$$

となる．ここで Slow Subsystem を表わすために状態変数に overbar をつけている．$\bar{\boldsymbol{\xi}}$ はある時刻でのフレキシブル・リンクの定常的な変形を表わしている．(24)式において $\mu=0$ として(26)式を代入し整理すると，

$$\begin{aligned}\ddot{\bar{\boldsymbol{\theta}}}=&\{\boldsymbol{H}_{11}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)-\boldsymbol{H}_{12}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{H}_{22}^{-1}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\}\\&\left\{\boldsymbol{f}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0)+\boldsymbol{g}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0,0)+\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\lambda+\bar{\boldsymbol{\tau}}\right\}\end{aligned} \tag{27}$$

となる．$\boldsymbol{M}_{11}^{-1}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)=\{\boldsymbol{H}_{11}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)-\boldsymbol{H}_{12}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{H}_{22}^{-1}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\}$, $\boldsymbol{g}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0,0)=0$ であるので(27)式は

$$\boldsymbol{M}_{11}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\ddot{\bar{\boldsymbol{\theta}}}=\boldsymbol{f}_1(\bar{\boldsymbol{\theta}},\dot{\bar{\boldsymbol{\theta}}},0)+\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\bar{\boldsymbol{\theta}},0)\lambda+\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{28}$$

となり，Slow Subsystem は剛体マニピュレータの運動方程式と一致する．ここで，

$$\boldsymbol{X}_1=\boldsymbol{\theta},\ \boldsymbol{X}_2=\dot{\boldsymbol{\theta}},\ \boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{\xi},\ \boldsymbol{z}_2=\varepsilon\boldsymbol{K}^{-1}\dot{\boldsymbol{\xi}},\quad \varepsilon=\sqrt{\mu} \tag{29}$$

とおく．

3.2 Fast Subsystem

(29)式の定義を用いて(24)，(25)式を書き直すと，

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{X}}_1=&\boldsymbol{X}_2\\ \dot{\boldsymbol{X}}_2=&\boldsymbol{H}_{11}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\\&+\boldsymbol{H}_{12}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\\&+\left\{\boldsymbol{H}_{11}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)+\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\right)\right.\\&\left.+\boldsymbol{H}_{12}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\right\}\lambda\\&+\boldsymbol{H}_{11}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1,\varepsilon\boldsymbol{z}_2)\\&+\boldsymbol{H}_{12}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1,\varepsilon\boldsymbol{z}_2)\\&+\boldsymbol{H}_{12}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{K}\boldsymbol{z}_1+\boldsymbol{H}_{11}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{\tau}\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon\dot{\boldsymbol{z}}_1=&\boldsymbol{z}_2\\ \varepsilon\dot{\boldsymbol{z}}_2=&\boldsymbol{H}_{21}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\\&+\boldsymbol{H}_{22}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{f}_2(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\\&+\left\{\boldsymbol{H}_{21}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\right.\right.\\&\left.+\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\right)\\&\left.+\boldsymbol{H}_{22}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\right\}\lambda\\&+\boldsymbol{H}_{21}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1,\varepsilon\boldsymbol{z}_2)\\&+\boldsymbol{H}_{22}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1,\varepsilon\boldsymbol{z}_2)\\&+\boldsymbol{H}_{22}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{K}\boldsymbol{z}_1+\boldsymbol{H}_{21}(\boldsymbol{X}_1,\varepsilon^2\boldsymbol{z}_1)\boldsymbol{\tau}\end{aligned} \tag{31}$$

となる．ここで，

$$s=\frac{t}{\varepsilon},\ \bar{\boldsymbol{\zeta}}=\boldsymbol{K}^{-1}\bar{\boldsymbol{\xi}}\qquad \boldsymbol{\eta}_1=\boldsymbol{z}_1-\bar{\boldsymbol{\zeta}},\ \boldsymbol{\eta}_2=\boldsymbol{z}_2 \tag{32}$$

とおくと，(30)式は

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{X}_1}{ds}=&\varepsilon\boldsymbol{X}_2\\ \frac{d\boldsymbol{X}_2}{ds}=&\varepsilon\Big[\boldsymbol{H}_{11}\boldsymbol{f}_1+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{f}_2+\left\{\boldsymbol{H}_{11}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{h}_1\right)\right.\\&\left.+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{h}_2\right\}\lambda+\boldsymbol{H}_{11}\boldsymbol{g}_1+\boldsymbol{H}_{12}\boldsymbol{g}_2\\&+\boldsymbol{H}_{12}(\boldsymbol{K}\boldsymbol{\eta}_1+\bar{\boldsymbol{\xi}})+\boldsymbol{H}_{11}\boldsymbol{\tau}\Big]\end{aligned} \tag{33}$$

となる．$\varepsilon\to0$ なら $\dfrac{d\boldsymbol{X}_1}{ds}=0,\ \dfrac{d\boldsymbol{X}_2}{ds}=0$ より $\boldsymbol{X}_1=\mathrm{const.}$, $\boldsymbol{X}_2=\mathrm{const.}$ となり，Fast Subsystem において $\boldsymbol{X}_1$, $\boldsymbol{X}_2$ は定数であることがわかる．(32)式を用いると(31)式は，

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}_1}{ds}=\boldsymbol{\eta}_2$$

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{\eta}_2}{ds}&=\frac{dt}{ds}\frac{d\boldsymbol{\eta}_2}{dt}=\varepsilon\dot{\boldsymbol{z}}_2\\&=\boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)\boldsymbol{K}\boldsymbol{\eta}_1+\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)(\boldsymbol{\tau}-\bar{\boldsymbol{\tau}})\end{aligned} \tag{34}$$

となる．すなわちFast Subsystemは

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}_1}{ds}=\boldsymbol{\eta}_2$$

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}_2}{ds}=\boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)\boldsymbol{K}\boldsymbol{\eta}_1+\boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)(\boldsymbol{\tau}-\bar{\boldsymbol{\tau}}) \tag{35}$$

となる．

4. ハイブリッド制御器の構成

Slow Subsystem(28)式，Fast Subsystem(35)式に基づいてComposite Control則を導出する．

4.1 Slow Subsystemの制御則

Slow Subsystem(28)式にMcClamrochらの動的なハイブリッド制御則[9]を用いる．(8)式に対応する拘束条件

$$\phi(\theta_1, \theta_2, \bar{u}_E)=0 \tag{36}$$

に，サンプリングごとに直接計測された $\bar{u}_E$ を用いるか，(26)式に基づいて計算される $\bar{\boldsymbol{\xi}}$ に対し算出された $\bar{u}_E$ を用いれば

$$\theta_2=\Omega(\theta_1) \tag{37}$$

と表現できるとする．ここで，

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2-\Omega(\theta_1)\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\theta}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2+\Omega(x_1)\end{bmatrix}=\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x})$$

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{\partial\Omega}{\partial x_1}(x_1) & 1\end{bmatrix}=\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{x}} \tag{38}$$

とおく．(38)式より

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{T}\dot{\boldsymbol{x}},\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}=\dot{\boldsymbol{T}}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{T}\ddot{\boldsymbol{x}} \tag{39}$$

であるので，(28)式を $\boldsymbol{x}$ を用いて書き直し，両辺の左から $\boldsymbol{T}^T$ を掛けると

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{F}=\boldsymbol{T}^T\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}\lambda+\boldsymbol{T}^T\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{40}$$

となる．ここで，

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{T}^T\boldsymbol{M}_{11}\boldsymbol{T},\ \boldsymbol{F}=\boldsymbol{T}^T(\boldsymbol{M}_{11}\dot{\boldsymbol{T}}\dot{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{f}_1)$$

である．(40)式に等価な式として，

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_1\\ \boldsymbol{E}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{M}\,[\boldsymbol{E}_1^T\,\boldsymbol{E}_2^T]\begin{bmatrix}\ddot{x}_1\\ \ddot{x}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_1\\ \boldsymbol{E}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{F}\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_1\\ \boldsymbol{E}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{T}^T\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}\lambda+\begin{bmatrix}\boldsymbol{E}_1\\ \boldsymbol{E}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{T}^T\bar{\boldsymbol{\tau}}\end{aligned} \tag{41}$$

を得る．ここで，

$$[\boldsymbol{E}_1^T\,\boldsymbol{E}_2^T]=\boldsymbol{I}_2,\ \boldsymbol{E}_1=[1\quad 0],\ \boldsymbol{E}_2=[0\quad 1]$$

である．拘束条件から $x_2=0$ であるので(41)式は

$$\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{M}\boldsymbol{E}_1^T\ddot{x}_1+\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{F}=\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{T}^T\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{42}$$

$$\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{M}\boldsymbol{E}_1^T\ddot{x}_1+\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{F}=\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{T}^T\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}\lambda+\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{T}^T\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{43}$$

となる．

さて，x_{1d} を x_1, λ_d を λ の目標値としてSlow Subsystemの入力トルク $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ を

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\tau}}=(\boldsymbol{T}^T)^{-1}\Big[&\boldsymbol{M}\boldsymbol{E}_1^T\{\ddot{x}_{1d}-K_v(\dot{x}_1-\dot{x}_{1d})\\&-K_p(x_1-x_{1d})\}+\boldsymbol{F}-\boldsymbol{T}^T\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}\lambda_d\\&+\boldsymbol{E}_2^TK_f\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{T}^T\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\lambda-\lambda_d)\Big]\end{aligned} \tag{44}$$

と定める．(44)式を(42)，(43)式に代入すると，それぞれ

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{M}\boldsymbol{E}_1^T\{(\ddot{x}_1-\ddot{x}_{1d})+K_v(\dot{x}_1-\dot{x}_{1d})\\&\quad+K_p(x_1-x_{1d})\}=0\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{M}\boldsymbol{E}_1^T\{(\ddot{x}_1-\ddot{x}_{1d})+K_v(\dot{x}_1-\dot{x}_{1d})+K_p(x_1\\&\quad-x_{1d})\}=(1+K_f)\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{T}^T\frac{\partial\phi}{\partial\boldsymbol{\theta}}(\lambda-\lambda_d)\end{aligned} \tag{46}$$

となり，$K_v>0, K_p>0, K_f\neq-1$ と選べば

$$x_1\rightarrow x_{1d}(\theta_1\rightarrow\theta_{1d}),\ \lambda=\lambda_d \tag{47}$$

となる．(16)式より $f_n=\lambda[b\ c]\boldsymbol{n}$ であるので(47)式は関節角と拘束力が制御できることを意味している．

4.2 Fast Subsystemの制御則

Fast Subsystem(35)式を行列表現すれば

$$\frac{d}{ds}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_1\\ \boldsymbol{\eta}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)\boldsymbol{K} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_1\\ \boldsymbol{\eta}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)\end{bmatrix}(\boldsymbol{\tau}-\bar{\boldsymbol{\tau}}) \tag{48}$$

となる．ここで，

$$\boldsymbol{x}_f=[\boldsymbol{\eta}_1^T\quad\boldsymbol{\eta}_2^T]^T,\ \boldsymbol{A}_f=\begin{bmatrix}0 & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{H}_{22}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)\boldsymbol{K} & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_f=\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{H}_{21}(\bar{\boldsymbol{X}}_1)\end{bmatrix},\ \boldsymbol{u}_f=\boldsymbol{\tau}-\bar{\boldsymbol{\tau}}$$

とすれば(48)式は

$$\frac{d\boldsymbol{x}_f}{ds}=\boldsymbol{A}_f\boldsymbol{x}_f+\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{u}_f \tag{49}$$

となる．よって状態フィードバック則

$$\boldsymbol{u}_f=\boldsymbol{F}_f\boldsymbol{x}_f \tag{50}$$

を用いれば(49)式の安定度を変えることができる．状態 $\boldsymbol{x}_f$ は直接測定できないので状態観測器を構成する．ストレインゲージを振動センサとして用い，フレキシブル・リンク2の状態を計測する．システムが可観測になるためには，ストレインゲージ・センサの数 m は $\left[\frac{N}{3}+\frac{2}{3}\right]$ 以上必要となる．

ストレインゲージの出力 $\tilde{\boldsymbol{y}}$ は，

$1\leq j<m$ のとき　センサの位置は $r=(3j-1)h$

$$\begin{aligned}\tilde{y}_j=EI\{&B''_{3j-2}((3j-1)h)a_{3j-2}\\&+B''_{3j-1}((3j-1)h)a_{3j-1}\end{aligned} \tag{51}$$

$$+B''_{3j}((3j-1)h)a_{3j}\}$$

$j=m$ のとき センサの位置は $r=(N-1)h$

$$\tilde{y}_m=EI\{B''_{N-2}((N-1)h)a_{N-2} + B''_{N-1}((N-1)h)a_{N-1} + B''_N((N-1)h)a_N\} \tag{52}$$

である．ここで(51)，(52)式より

$$\tilde{\boldsymbol{y}}=[\tilde{y}_1, \cdots, \tilde{y}_m]^T=EI\boldsymbol{Ca} \tag{53}$$

と定義する．(29)，(32)式を用いると

$$\tilde{\boldsymbol{y}}=EI\boldsymbol{Ca}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta}_1+\boldsymbol{K}^{-1}\bar{\boldsymbol{\xi}}) \tag{54}$$

となり

$$\boldsymbol{y}=\tilde{\boldsymbol{y}}-\boldsymbol{C}\boldsymbol{K}^{-1}\bar{\boldsymbol{\xi}} \tag{55}$$

と置く．$\tilde{\boldsymbol{y}}$ は測定でき，$\bar{\boldsymbol{\xi}}$ は(26)式から測定値より計算できるので $\boldsymbol{y}$ は測れることになる．出力方程式は

$$\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{C} \quad 0]\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}_1\\ \boldsymbol{\eta}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{x}_f \tag{56}$$

となる．(48)，(56)式に基づいて状態観測器

$$\frac{d\boldsymbol{z}}{ds}=(\boldsymbol{A}_f-\boldsymbol{G}\boldsymbol{C}_f)\boldsymbol{z}+\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{u}_f+\boldsymbol{G}\boldsymbol{y} \tag{57}$$

を構成すれば推定値 $\boldsymbol{z}$ は任意の速さで状態 $\boldsymbol{x}_f$ に収束する．したがって，Fast Subsystem の入力は

$$\boldsymbol{u}_f=\boldsymbol{F}_f\boldsymbol{z} \tag{58}$$

となり，この入力によりフレキシブル・リンク 2 の振動が抑制できることになる．

4.3 Composite 制御則

Slow Subsystem の制御則(44)式と Fast Subsystem の制御則(58)式より，モータへの入力トルクは

$$\boldsymbol{\tau}=\bar{\boldsymbol{\tau}}+\boldsymbol{u}_f \tag{59}$$

となる．状態が直接観測できる場合には Tikhonov の定理[6),14)] より，Full System の状態ベクトルは，

$$\boldsymbol{X}_1=\bar{\boldsymbol{X}}_1+O(\varepsilon),\ \boldsymbol{X}_2=\bar{\boldsymbol{X}}_2+O(\varepsilon) \tag{60}$$
$$\boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{K}^{-1}\bar{\boldsymbol{\xi}}+\boldsymbol{\eta}_1+O(\varepsilon),\ \boldsymbol{z}_2=\boldsymbol{\eta}_2+O(\varepsilon)$$

により近似される．したがって，関節角，拘束力，フレキシブル・リンクの振動が制御でき，位置と力のハイブリッド制御が達成される．この制御器は剰余モードなどのモデル化誤差により生じるスピルオーバ現象に対しての安定性は保証されていない．また，状態観測器を用いた制御系なので安定性は必ずしも保証されないが，観測器の状態推定の速度を Fast Subsystem の挙動より速くすれば目標が達成されることをシミュレーションにより検証する．

5. シミュレーション

拘束面を平面とし，拘束条件を直線 $Y=aX+b(a=-1, b=1)$ とする．その直線上を一定速度(8.5[cm/sec])で移動しながら直線の垂直方向に一定の力 ($f_{nd}=2.0$[N])を与える場合のシミュレーションを行った．

この場合の拘束条件は

$$L_1\sin\theta_1+L_2\sin(\theta_1+\theta_2)+u_E\cos(\theta_1+\theta_2) -a\{L_1\cos\theta_1+L_2\cos(\theta_1+\theta_2) -u_E\sin(\theta_1+\theta_2)\}-b=0 \tag{61}$$

となり，(61)式より

$$\theta_2=\Omega(\theta_1) =\pi-\sin^{-1}\frac{b-L_1\sin\theta_1-aL_1\cos\theta_1}{\sqrt{(L_2+a\bar{u}_E)^2+(\bar{u}_E-aL_2)^2}} -\theta_1-\tan^{-1}\frac{\bar{u}_E-aL_2}{L_2+a\bar{u}_E} \tag{62}$$

となる．各物理定数は $L_1=1.2$[m]，$L_2=2.0$[m]，$EI=200$[kgm^2]，$\rho=1.0$[kg/m]，$J_1=1$[kgm^2]，$J_2=0.1$[kgm^2]，$M=0.5$ [kg]，$\delta=0$ [kg/s] とした．シミュレーション・モデルとしてフレキシブル・リンクの刻み数を $N=12$ とした．また，制御系設計において $N=6$ としたのでストレインゲージ・センサを $r=2h$ と $r=5h$ の 2 カ所に取り付ければシステムは可観測になる．オブザーバのゲインは Fast Subsystem の挙動より状態推定が速く収束するように，その極が $-9.5-0.5k(k=1, \cdots, 12)$ となるように定めた．Slow Subsystem に対するフィードバックゲインを $K_v=5, K_p=50, K_f=0.6$ とした．Fast Subsystem のシステム行列は関節角により変化するが，フレキシブル・マニピュレータの運動する範囲の中から $\theta_1=1.44$[rad]，$\theta_2=-1.99$[rad]と選び固定することによって，Fast Subsystem の制御器を構成した．また，関節角の目標値は絶対座標系におけるマニピュレータの先端の目標値 $(X_d, Y_d)^T$ とサンプリングごとに計測される u_E の値から(6)式の関係を用い，通常の逆運動学としてオンラインで求めた．

Slow Subsystem のみを考慮した，すなわち，剛体マニピュレータとして制御した場合の応答(Slow Control)を **Fig. 2** に，提案した Composite 制御則を用いた場合の応答(Composite Control)を **Fig. 3** に示す．また，

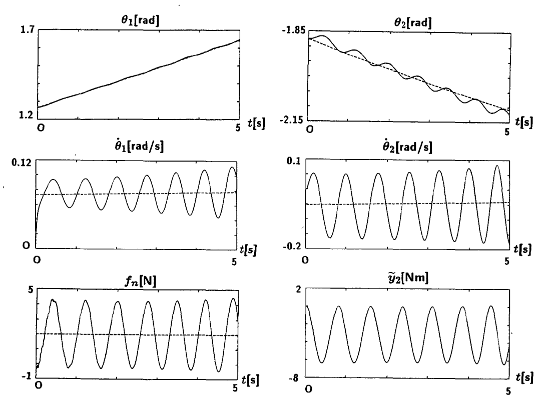

Fig. 2 Transient responses (slow control)

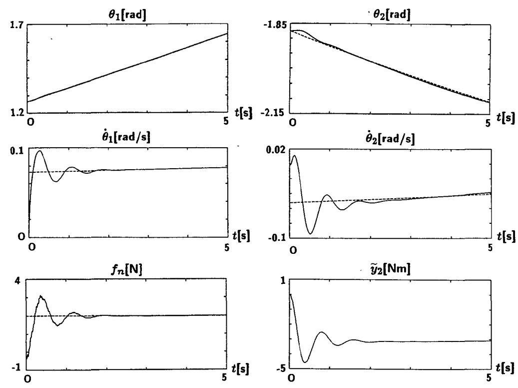

Fig. 3 Transient responses (composite control)

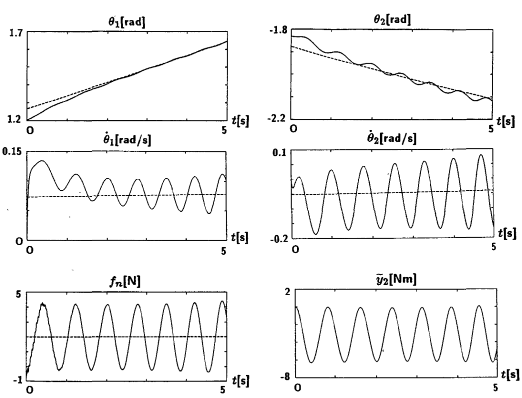

Fig. 4 Transient responses with initial position errors (slow control)

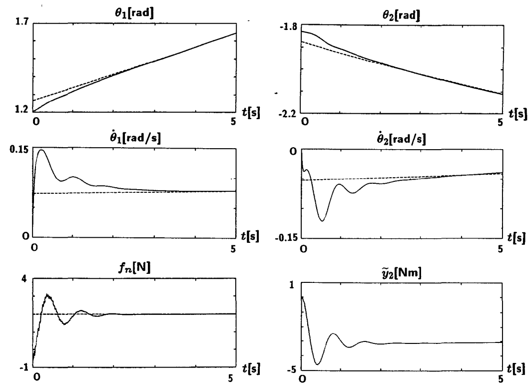

Fig. 5 Transient responses with initial position errors (composite control)

マニピュレータの先端の初期値を拘束面上で約 0.1[m] ずらした場合についても同様なシミュレーションを行い，その結果を **Fig. 4**(Slow Control)，**Fig. 5**(Composite Control) に示す．図において点線は目標値を，実線はそれぞれの状態の応答を示している．なお，制御器は離散時間系で設計し，そのサンプリングタイムを 2[ms] とした．また，**Fig. 6** に拘束面上を移動するマニピュレータの姿勢を示す．

Full System に対して Slow Control 則を用いると，Fig. 2, 4 より，フレキシブル・リンク 2 の関節角 θ_2 の応答に振動の影響が大きく現れているのがわかる．このため，剛体リンク 1 の関節角 θ_1 の応答にも影響が現れている．力の応答も振動の影響により目標値に収束しない．一方，Full System に対して Composite Control 則を用いた場合には，Fig. 3, 5 より剛体リンク 1 およびフレキシブル・リンク 2 の関節角の応答から振動の影響が補償されていることがわかる．また，力の応答も目標値に収束していることがわかる．これらのことから環境に拘束

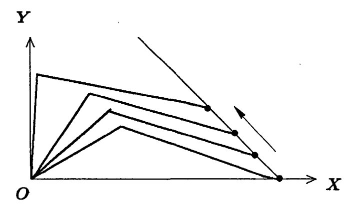

Fig. 6 Manipulator configurations

された 2 自由度フレキシブル・マニピュレータに対して提案した動的な力と位置のハイブリッド制御器が有効に働くことが検証された．

6. おわりに

本論文では，環境に拘束された 2 自由度フレキシブル・マニピュレータの動的な力と位置のハイブリッド制御について考察を行った．まず，フレキシブル・マニピュレータの動特性方程式を，B-スプライン関数，ラグランジュ乗数法とラグランジュの運動方程式を用いることにより導出した．この動特性方程式はフレキシブル・リンクの境界条件が反映されており，力と位置のハイブリッド制御に適用できる．導出された動特性方程式を Singular Perturbation 法によりモータ系と振動系の二つのサブシステムに分割し，Composite Control 則を用い，Full System を安定化する制御入力を求めた．シミュレーションにより提案した制御器を用いれば，フレキシブル・リンクの弾性振動が抑えられ力と位置がうまく制御できることを確認した．Fast Subsystem のシステム行列は関節角により変化するが，本論文では適当な値に固定し Fast Subsystem の制御器を構成した．マニピュレータの動作範囲をもっと大きくする場合には，ロバストな制御器を構成する必要があるだろう．

今後の課題としては，n 自由度フレキシブル・マニピュレータのモデリングと，ハイブリッド制御器の構成，環境による拘束が数式として表わせない場合や，拘束面との摩擦が無視できない場合への対応，双腕フレキシブル・アームによる協調制御への拡張などが挙げられる．

最後に，日頃よりご指導いただいている神戸大学工学部池田雅夫教授と大阪大学基礎工学部坂和愛幸教授に謝意を表する．

参考文献

1) 内山，ほか：フレキシブルアーム特集号，日本ロボット学会誌，**6**-5，415/467 (1988)
2) 嘉納秀明：集中と分布(IV)-近似モデリングの方法，計測と制御，**26**-11，968/970 (1987)
3) R. P. Judd and D. R. Falkenburg: Dynamics of Nonrigid Articulated Robot Linkages, IEEE Transactions on Automatic Control, **AC-30**-5, 499/502 (1985)
4) K. H. Low: A Systematic Formulation of Dynamic Equations for Robot Manipulators with Elastic Links, Journal of Robotic Systems, **4**-3, 435/456 (1987)
5) F. Matsuno and Y. Sakawa: A Simple Model of Flexible Manipulators with Six Axes and Vibration Control by Using Accelerometers, Journal of Robotic Systems, **7**-4, 575/597 (1990)
6) B. Siciliano and W. J. Book: A Singular Perturbation Approach to Control of Lightweight Flexible Manipulators, International Journal of Robotics Research, **7**-4, 79/90 (1988)
7) M. H. Raibert and J. J. Craig: Hybrid Position/Force Control of Manipulators, Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **103**-2, 126/133 (1981)
8) T. Yoshikawa: Dynamic Hybrid Position/Force Control of Robot Manipulators Description of Hand Constrains and Calculation of Joint Driving Force, IEEE Transactions on Robotics and Automation, **RA-3**-5, 386/392 (1987)
9) N. H. McClamroch and D. Wang: Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots, IEEE Trans., **AC-33**-5, 419/426 (1988)
10) T. Fukuda: Flexibility Control of Elastic Robotic Arms, Journal of Robotic Systems, **2**-1, 73/88 (1985)
11) B. C. Chiou and M. Shahinpoor: Dynamic Stability Analysis of a Two-Link Force-Controlled Flexible Manipulator, Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **112**, 661/666 (1990)
12) F. Matsuno, Y. Sakawa and T. Asano: Quasi-Static Hybrid Position/Force Control of a Flexible Manipulator, Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation, **3**, 2838/2842 (1991)
13) 松野，ほか：2 自由度フレキシブル・マニピュレータの位置と力の準静的なハイブリッド制御，システム制御情報学会論文誌，**5**-4，155/163 (1992)
14) P. V. Kokotovic: Applications of Singular Perturbation Techniques to Control Problems, SIAM Review, **26**-4, 500/550 (1984)
15) L. Meirovitch: Analytical Methods in Vibrations, MacMillan (1967)

[著者紹介]

松野文俊（正会員）

1986 年，大阪大学大学院基礎工学研究科博士課程修了．同年大阪大学基礎工学部助手（制御工学）．91 年神戸大学工学部講師（システム工学），92 年より同助教授（情報知能工学）となり，現在に至る．主に，ロボット・大型宇宙構造物の制御，分布定数系の制御に関する研究に従事．日本ロボット学会，システム制御情報学会などの会員（工学博士）．

山本一雄

1992 年神戸大学工学部システム工学科卒業．同年神戸大学大学院工学研究科修士課程（システム工学）入学．現在在学中，主として，フレキシブル・アームの研究に取り組む．日本ロボット学会の会員．