

eXamen.press

eXamen.press ist eine Reihe, die Theorie und Praxis aus allen Bereichen der Informatik für die Hochschulausbildung vermittelt.

Martin Hofmann · Martin Lange

Automatentheorie und Logik

 Springer

Prof. Dr. Martin Hofmann
Ludwig-Maximilians-Universität
München
Institut für Informatik
Theoretische Informatik
Oettingenstraße 67
80538 München
Deutschland
hofmann@ifi.lmu.de

Prof. Dr. Martin Lange
Universität Kassel
Fachbereich Elektrotechnik
und Informatik
Wilhelmshöher Allee 71
34121 Kassel
Deutschland

ISSN 1614-5216

ISBN 978-3-642-18089-7

e-ISBN 978-3-642-18090-3

DOI 10.1007/978-3-642-18090-3

Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandentwurf: KuenkelLopka GmbH

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Dieses Buch geht zurück auf eine Vorlesung namens “Automatentheorie”, die von uns erstmals und gemeinsam im Sommersemester 2004 an der Ludwig-Maximilians-Universität München für Studenten im Hauptstudium der damaligen Diplom-Studiengänge Informatik und Mathematik gehalten wurde. Aufgrund des Interesses, auf das diese Veranstaltung bei den Teilnehmern gestoßen war, wurde die Vorlesung in den Sommersemestern 2006, 2008 und 2010 wieder angeboten. Aus anfänglichen, handschriftlichen Unterlagen entstand in diesen Zeiten ein aushändigbares Vorlesungsskript, welches bei jeder Wiederholung der Veranstaltung weiter überarbeitet wurde und am Ende nun zu diesem Buch geworden ist.

Es ist daher nicht verwunderlich, dass dieses Buch als Grundlage für eine Vorlesung im Bereich der theoretischen Informatik, typischerweise als Modul in einem Master-Studiengang, gedacht ist. Der hier präsentierte Stoff eignet sich, um eine Vorlesung mit 4 Semesterwochenstunden zu füllen. Für eine Vorlesung mit 3 SWS können einzelne Kapitel weggelassen werden, z.B. Kap. 3 und die darauf aufbauenden Kap. 10 und 11. Kap. 4 und 13 können ebenfalls weggelassen werden; auf diese bauen keine anderen Kapitel danach mehr auf. Wir weisen außerdem darauf hin, dass durch die Ausarbeitung vom Vorlesungsskript in die Buchform etwas mehr Material hineingekommen ist, als in unseren 4-SWS-Veranstaltungen wirklich präsentiert wurde. Es empfiehlt sich also, das hier vorhandene Material selektiv einzusetzen.

Die einzelnen Kapitel sind in vier Teile zusammengefasst. Diese unterscheiden sich in den Strukturen, über denen jeweils Automatentheorie und Logik betrieben wird. Im ersten Teil sind dies endliche Wörter, die aus einer grundlegenden Veranstaltung zur Theorie formaler Sprachen, welche Teil jedes normalen Bachelor-Informatik-Studiengangs sein sollte, bekannt sind. Kap. 1 enthält lediglich eine kurze Wiederholung solchen Stoffs. Dort werden hauptsächlich die im Rest des Buchs verwendeten Notationen und wichtigen Fragestellungen vorgestellt. Der Rest des ersten Teils behandelt eines der Kernthemen dieses Buchs – die Verbindung zwischen Automatentheorie und Logik – und enthält weiteres Material zur Theorie formaler Sprachen und endlicher Automaten. Dieses geht erstens über das hinaus, was in einer Standard-Veranstaltung im Bachelor-Studiengang normalerweise dazu gebracht wird. Zweitens legt es die Grundlagen für wichtige Konstruktionen im zweiten Teil, der sich dann mit unendlichen Wörtern beschäftigt. Danach geht es darum, die Theorie auf den Bereich der Bäume auszudehnen. Der dritte Teil beschäftigt sich kurz mit endlichen Bäumen. Im vierten Teil akkumulieren sich dann die Schwierigkeiten, die man beim Übergang von endlichen Wörtern zu unendlichen Wörtern oder zu endlichen Bäumen zu überwinden hat; es geht darin dann um Automatentheorie und Logik über unendlichen Bäumen.

Jeder Teil endet mit Vorschlägen für Übungsaufgaben zu dem behandelten Stoff, sowie Notizen, welche auf weiterführende Literatur verweisen oder die Herkunft von präsentierten Resultaten erklären. Das Buch soll an sich ein ge-

schlossenes Werk sein, welches mit den bereits erwähnten Vorkenntnissen zur Theorie formaler Sprachen und zunächst ohne weitere Hilfsmittel durchgearbeitet werden kann. Aus diesem Grund sind jegliche Referenzen auf Material außerhalb des Buchs in die Kapitel mit den Notizen verlagert worden.

Am Ende des Buches findet sich noch ein Kapitel mit Vorschlägen weiterer Themen, die gut zu dem hier präsentierten Stoff passen und somit in einer entsprechenden Vorlesung behandelt werden könnten. Außerdem werden dort noch offene Fragestellungen im Bereich der Automatentheorie und Logik genannt, die—von ambitionierten Studenten—im Rahmen von Dissertationsthemen behandelt werden könnten. Bei einigen handelt es sich jedoch um Probleme, die seit längerer Zeit schon offen sind und bei denen man nicht unbedingt einen sofortigen Fortschritt erwarten kann.

Wir bedanken uns bei Oliver Friedmann für das Aufspüren und Korrigieren zahlreicher Fehler in einer früheren Version des Vorlesungsskripts, bei Hermann Gruber für den Entwurf einiger Übungsaufgaben, die sich in diesem Buch wiederfinden.

München und Kassel, Martin Hofmann und Martin Lange

Inhaltsverzeichnis

Teil I Endliche Wörter

1	Grundlagen der Theorie formaler Sprachen	3
1.1	Reguläre Sprachen und endliche Automaten	3
1.1.1	Reguläre Sprachen	3
1.1.2	Endliche Automaten	5
1.1.3	Deterministische, endliche Automaten	9
1.2	Entscheidbarkeit und Komplexität	11
2	Schwache, monadische Logik zweiter Stufe	13
2.1	Syntax und Semantik	13
2.2	Verbindung zur Theorie formaler Sprachen	15
2.2.1	Von Automaten zu Formeln	17
2.2.2	Von Formeln zu Automaten	18
2.2.3	Regularität und WMSO-Definierbarkeit	19
2.3	Implementierung der monadischen Logik	20
2.3.1	Das Tool MONA	20
2.3.2	Spezifikation eines Binärzählers	21
2.3.3	Spezifikation eines Addierers	22
2.3.4	Spezifikation eines Synchronaddierers	23
2.4	Komplexität des Entscheidungsproblems	24
2.5	Presburger-Arithmetik	26
3	Alternierende, endliche Automaten	29
3.1	Alternierende Automaten und ihre Läufe	29
3.2	Verbindung zu regulären Sprachen	33
3.3	Gedächtnislose Läufe	36
3.4	Akzeptanz als Spiel	38

4 Sternfreie Sprachen	41
4.1 Erststufige Logik	41
4.2 Ehrenfeucht-Fraïssé-Spiele	42
4.3 Abschlusseigenschaften	45
Notizen	49
Übungsaufgaben	51

Teil II Unendliche Wörter

5 Automaten auf unendlichen Wörtern	61
5.1 Unendliche Wörter und reguläre ω -Sprachen	62
5.2 Büchi-Automaten	64
6 Komplementierung von Büchi-Automaten	69
6.1 Zwei Sätze der unendlichen Kombinatorik	69
6.2 Komplementierung nach Büchi	70
6.3 Entscheidbarkeit der monadischen Logik zweiter Stufe	72
7 Weitere Akzeptanzbedingungen	75
7.1 Rabin-, Streett- und Paritätsautomaten	75
7.2 Muller-Automaten	80
7.3 Co-Büchi-Automaten	83
8 Determinisierung von Büchiauxtomaten	87
8.1 Fundamentales Problem der Determinisierung	88
8.2 Safra-Konstruktion	90
8.3 Deterministische Paritätsautomaten	99
8.3.1 Verfeinerung der Safra-Konstruktion	99
8.3.2 Latest Appearance Records	101
9 Entscheidungsverfahren für ω-Automaten	103
9.1 Verschiedene Leerheitsprobleme	103
9.2 Universalitätsproblem für Büchi-Automaten	107
9.2.1 Universalität durch Komplementierung	107
9.2.2 Universalität mit dem Satz von Ramsey	108
9.2.3 Reduktion von Subsumption auf Universalität	110
9.3 Size-change Termination	111
9.3.1 Rekursive Programme	111
9.3.2 Termination als Sprachinklusion	113
9.3.3 Terminationsanalyse mit Büchi-Automaten	114

10 Alternierende Automaten	117
10.1 Alternierende Büchi-Automaten	117
10.2 Komplementierung mittels Alternierung	122
10.3 Schwache Automaten	126
11 Linearzeit-Temporale Logik	131
11.1 Syntax und Semantik	131
11.2 LTL und nichtdeterministische Büchi-Automaten	135
11.2.1 Verallgemeinerte Büchi-Automaten	135
11.2.2 Von LTL nach NBA	136
11.3 LTL und alternierende Büchi-Automaten	140
11.4 Spezifikation und Verifikation	144
11.4.1 Transitionssysteme und Läufe	145
11.4.2 Model-Checking	146
Notizen	149
Übungsaufgaben	153

Teil III Endliche Bäume

12 Automaten auf endlichen Bäumen	163
12.1 Top-down vs. Bottom-up	163
12.2 Abschlusseigenschaften und Entscheidbarkeit	169
13 Anwendungen	173
13.1 Higher-order Matching	173
13.2 Baumautomaten und XML	176
Notizen	179
Übungsaufgaben	181

Teil IV Unendliche Bäume

14 Automaten auf unendlichen Bäumen	185
14.1 Paritäts-Baumautomaten	186
14.2 Büchi-Baumautomaten	188
15 Komplement-Abschluss und Leerheitsproblem	191
15.1 Paritätsspiele	191
15.1.1 Spiele, Partien und Strategien	191
15.1.2 Positionale Determiniertheit	195
15.1.3 Algorithmische Behandlung	197

15.2	Komplementierung der Paritäts-Baumautomaten	199
15.2.1	Akzeptanz durch PBA als Paritätsspiel.....	199
15.2.2	Konstruktion des Komplementautomaten	200
15.3	Leerheitstest	201
16	Logiken auf unendlichen Bäumen	205
16.1	MSO auf Bäumen	206
16.1.1	Syntax und Semantik	206
16.1.2	Entscheidbarkeit	207
16.2	Volle Baumzeit-Logik	208
16.2.1	Syntax und Semantik	208
16.2.2	Entscheidbarkeit	210
16.3	Modaler μ -Kalkül	212
16.3.1	Modallogik	213
16.3.2	Fixpunktquantoren	214
16.3.3	Entscheidbarkeit	216
	Notizen	219
	Übungsaufgaben	223
<hr/>		
	Anhang	
<hr/>		
	Ausblick	227
	Sachverzeichnis	231
	Literaturverzeichnis	233