

# トルク飽和を考慮したマニピュレータの 目標経路追従制御

荒井 裕彦\* 館 暲\*\*

## Path Tracking Control of a Manipulator Considering Torque Saturation

Hirohiko ARAI Susumu TACHI

When the minimum-time trajectory of a manipulator along a geometrically prescribed path is planned considering the manipulator dynamics and actuator torque limits, at least one of the joints is at the torque limit. The execution of such a trajectory by a conventional feedback control scheme results in torque saturation. Consequently, the tracking error cannot be suppressed and the manipulator may deviate from the desired path. In this paper, we propose a feedback control method for path tracking which takes the torque saturation into account. Based on the desired path, a coordinates system called "path coordinates" is defined. The path coordinates are composed of the coordinate along the path and the coordinates normal to the path. The equations of motion are described in terms of the path coordinates. Control of the coordinates normal to the path is given priority in order to keep the motion of the manipulator on the path. The simulations by a two-degree-of-freedom manipulator show the effectiveness of this method.

**Key Words :** Manipulator, Torque Limit, Minimum-Time Trajectory, Path Tracking, Path Coordinate

### 1. 緒 言

ロボットマニピュレータの高性能化を考える場合、高速化は最も重要な要素の一つである。これは特に産業用ロボットにおいて強く要求される。一方で関節アクチュエータを小型化・軽量化したいという相反する要求もある。また福祉ロボットやホームロボットなど、人間と共通の空間で作業する将来のロボットにおいては、現在の産業用ロボットのように強力なアクチュエータを用いることは安全上好ましくない。さらに宇宙マニピュレータにおいてはエネルギーの制約上、長大なアームを小さなアクチュエータによって効率よく制御することが要求される。以上のようにあらゆる分野において、むしろ非力

なマニピュレータの性能を最大限に活用して高速化を行なう技術が重要になると思われる。

マニピュレータの動特性を考慮した最短時間制御問題としては、経路の始点と終点のみが与えられる場合<sup>1)~3)</sup>と、さらに途中の経路も与えられている場合がある。しかし障害物回避などの経路計画アルゴリズムとの組合せを考えると、空間内でマニピュレータが通過する経路は幾何学的に決められていると仮定する方が実用上は便利である。その場合、問題としては目標経路上でいかなる加減速を行なうかということになる。このように経路が指定された最短ないし準最短時間軌道(注1)をオフラインで計画する手法として、アクチュエータのトルク制限

(注1) 本論文では空間内の曲線として幾何学的に定義される、時間に依存しない位置の連続を経路(path)と呼び、時間、依存する位置の変化を軌道(trajec-tory)と呼んで区別する。

原稿受付 1991年3月4日

\* 機械技術研究所ロボット工学部

\*\* 東京大学先端科学技術研究センター

を考慮した方法<sup>9)7)</sup>, 関節の周波数応答を考慮した方法などが提案されている。

これらのうちトルク制限を考慮したアルゴリズムによって計画された最短時間軌道においては, 常に少なくとも一つのアクチュエータが飽和した状態にある。そのため従来の制御手法によってこのような公称軌道をオンラインで実行することは困難である。これまで一般的に行われている軌道実行は, 目標経路上を移動する目標点に対する, マニピュレータ先端の位置偏差によるフィードバック制御に基づいている。アクチュエータのトルクが一つでも飽和するような軌道にこうした制御手法を適用すると, 外乱によって追従誤差が生じた場合にそれを抑制する余裕が残されていない。その結果マニピュレータ先端が目標経路から外れる恐れがある。

このように関節トルクが飽和した状態でも目標経路の追従が可能な制御手法として, トルク制限に応じて目標軌道の時間軸を実時間で伸縮させる手法<sup>9)</sup>や, 摂動法により切替時刻および非飽和トルクを変化させる手法<sup>10)</sup>が提案されている。本論文では目標経路に基づいて「経路座標系」と称する一種の作業座標系を空間内に設定することによりトルク飽和下での経路追従を実現する, 実時間のフィードバック制御手法を提案する。経路座標系は経路方向の成分と経路に直交する成分から構成される。マニピュレータの運動方程式を経路座標を用いて記述すると, 問題をこれら2種類の成分の制御に分離できる。経路に直交する成分の加速度を優先的に制御することにより, マニピュレータ先端を経路上に拘束する。本手法は目標経路上のみでなく経路外も含めたマニピュレータの動特性が経路座標により記述できるため, トルク飽和下での経路外から目標経路への収束過程についても制御が保証され, また収束の速さなども指定可能であるという特徴を有する。また本手法は公称軌道の性質を制御に用いていないため, 最短時間軌道以外の公称軌道にも適用可能である。2自由度マニピュレータについてのシミュレーションにより, 本手法の有効性を示す。

## 2. 運動方程式の経路座標表現

### 2.1 経路座標系の設定

以下では $n$ 自由度マニピュレータの $n$ 次元空間内における制御を扱う。まず準備として, 目標経路をどのように表現するかについて考える。一般に, 作業空間において幾何学的に与えられた目標経路を表現するためには, 経路パラメータを用いて経路を表現する方法がしばしば用いられる<sup>9)7)</sup>。この方法では経路上の点の位置 $q \in R^n$ をスカラーパラメータ $s$ のベクトル関数として表わす。

$$q = q(s), \quad s_0 \leq s \leq s_f \quad (1)$$

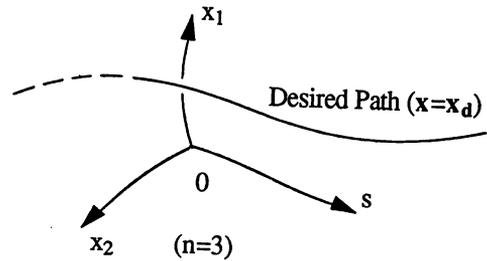


Fig. 1 Path Coordinates System

$s$ を経路パラメータと呼ぶ。 $q(s_0), q(s_f)$ はそれぞれ経路の始点, 終点である。 $s$ として出発点からの道のりをとれば,  $s$ は一種の座標であるとも考えられる。

さて上記の方法では点の位置は1変数 $s$ のみの関数であるから, 表わすことができるのは経路上の点のみに限られる。ところが本研究ではマニピュレータの追従偏差を抑制するような経路追従制御の構成を目的としており, 経路外の点およびその点の経路からの偏差を表わすことが必要である。そこで経路パラメータを用いた手法を拡張し, 「経路座標」<sup>11)</sup>という概念を導入して経路を表現する。

目標経路が幾何学的に与えられた場合, 経路方向の成分 $s \in R$ と, 経路に直交する成分 $x \in R^{n-1}$ から構成される曲線座標系を作業空間内に設定する (Fig. 1)。これを経路座標系と呼ぶ。経路座標で表わされた点 $p \in R^n$ は,

$$p = [x^T \ s]^T \quad (2)$$

目標経路上の点では $x$ 成分が一定値 $x_d$ をとるように経路座標系を設定する。

$$x = x_d(\text{const.}), \quad s_0 \leq s \leq s_f \quad (3)$$

経路上の点を作業座標 $q$ によって表わす(1)式に相当する式は,

$$q = q([x_d^T \ s]^T), \quad s_0 \leq s \leq s_f \quad (4)$$

ところが(4)式は経路上のみでなく空間内のすべての点に拡張され, 作業座標系における点の位置 $q$ は経路座標 $p$ のベクトル関数として表わされる。

$$q = q([x^T \ s]^T) = q(p) \quad (5)$$

(5)式は経路座標から作業座標への座標変換の式にはかならない。経路上の運動は $s$ 成分のみの1自由度運動で, 経路座標系では直線 $x = x_d$ 上の直線運動に相当する。また $x - x_d$ は点 $p = [x^T \ s]^T$ の経路に対する偏差を表わす。

例えば $n=3$ の場合に, 作業座標系を直交座標系とし, 目標経路を $xy$ 平面に平行な半径 $r_0$ の円周とすれば, 目標経路は経路パラメータ $s$ を用いて,

$$q(s) = [r_0 \cos(\omega s) + x_0, r_0 \sin(\omega s) + y_0, z_0]$$

と表わせる, ここで経路座標系を円筒座標系とし,

$$q(p) = q([x_1, x_2, s]^T) = [x_1 \cos(\omega s) + x_0, x_1 \sin(\omega s) + y_0, x_2]$$

とすれば, 目標経路は経路座標系において,

$$x = [x_1, x_2]^T = [r_0, z_0]^T$$

と表わすことができる. またこの例からもわかるように, 目標経路に対して経路座標系は一意には定まらない. この例の場合, 目標経路の中心を原点とする球面座標系等を経路座標系とすることもできる.

### 2.2 運動方程式の表現

マニピュレータの運動方程式は関節座標  $\theta \in {}^n R$  を用いて次のように表わされる.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + b(\theta, \dot{\theta}) = \tau \quad (6)$$

$M(\theta) \in R^{n \times n}$  は慣性行列,  $b(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$  はコリオリ・遠心力, 重力および摩擦力ベクトルの和である.  $\tau \in R^n$  は関節トルクベクトルである.

ここでマニピュレータの運動方程式(6)を2.1節で定義された経路座標  $p$  を用いて表わすことを考える. 経路座標  $p$  と作業座標  $q$  との間には(5)式の関係  $q = q(p)$  が成立つ. また関節座標  $\theta$  と作業座標  $q$  との間にはマニピュレータの順運動学により  $q = q(\theta)$  という関係が存在する.

$$J_1 = \frac{\partial q}{\partial p} \quad J_2 = \frac{\partial q}{\partial \theta} \quad (J_1, J_2 \in R^{n \times n})$$

とおけば, 経路座標  $p$  の関係座標  $\theta$  に関するヤコビ行列  $J \in R^{n \times n}$  は,

$$J = \frac{\partial p}{\partial \theta} = J_1^{-1} J_2$$

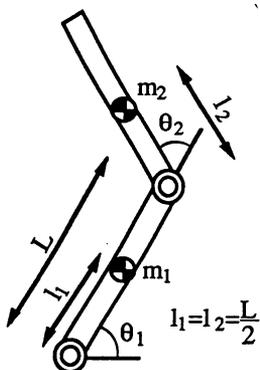
によって求まり,

$$\dot{p} = J\dot{\theta} \quad (7)$$

という関係が成立つ.(7)式の両辺を時間に関して微分すると,

$$\dot{p} = J\ddot{\theta} + \dot{J}\dot{\theta} \quad (8)$$

$J$  が正則ならば,



$m_1 = 2\text{kg}$   
 $m_2 = 1\text{kg}$   
 $L = 0.3\text{m}$   
 $|\tau_1| \leq 2\text{Nm}$   
 $|\tau_2| \leq 1\text{Nm}$

Fig. 2 Two-Degree-of-Freedom Manipulator

$$\ddot{\theta} = J^{-1}(\dot{p} - \dot{J}\dot{\theta}) \quad (9)$$

ここで次のようにおく.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{bmatrix} \quad H = J^{-1} = \begin{bmatrix} H_x & h_s \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\tau = [\tau_1, \dots, \tau_n]^T \quad b = [b_1, \dots, b_n]^T$$

(9), (10) 式を(6)式に代入すると, マニピュレータの運動方程式は次のようになる.

$$m_i(H_x \ddot{x} + h_s \dot{s} - HJ\dot{\theta}) + b_i = \tau_i \quad (i=1, \dots, n) \quad (11)$$

すなわち各関節トルクと経路座標系における加速度との関係が求められる.

### 3. 最短時間軌道計画

本章ではオフラインで実行される最短時間軌道計画のアルゴリズム(4)-(6)を紹介する. マニピュレータの各関節にトルク制限が与えられている場合, 目標経路に沿った最短時間軌道を計画する. 本章の結果として得られた公称軌道に対して, 次章以下で提案する経路追従制御を適用する. 関節トルク制限はトルクベクトル空間  $R^n$  中の領域  $T$  として, 次のように表わされる.

$$\tau \in T, \quad T = \tau \{ |\tau_i^{\min}| \leq \tau_i \leq \tau_i^{\max} (i=1, \dots, n) \} \quad (12)$$

マニピュレータが経路上を運動する場合, 経路座標の  $x$  成分は一定値  $x_d$  をとるから  $\dot{x} = 0, \ddot{x} = 0$  である.  $HJ = -\dot{H}J, \dot{p} = J\dot{\theta}$  であることを用いれば, (11) 式より,

$$\dot{s} = (m_i h_s)^{-1} (\tau_i - m_i \dot{h}_s \dot{s} - b_i) \quad (i=1, \dots, n) \quad (13)$$

(13) 式に(12)式のトルク制限を加えることによって, 各関節の制限に応じた経路加速度  $\dot{s}$  の最大値  $\dot{s}_i^{\max}$ /最小値  $\dot{s}_i^{\min}$  を求めることができる. また, 各関節に対する  $\dot{s}$  の許容領域の共通部分をとれば, マニピュレータ全体についての  $\dot{s}$  の許容領域  $[\dot{s}^{\min}, \dot{s}^{\max}]$  が求められる.

$$[\dot{s}^{\min}, \dot{s}^{\max}] = \bigcap_{i=1}^n [\dot{s}_i^{\min}, \dot{s}_i^{\max}] \quad (14)$$

$$\dot{s}^{\max} = \text{MIN}_{i=1}^n (\dot{s}_i^{\max}), \quad \dot{s}^{\min} = \text{MAX}_{i=1}^n (\dot{s}_i^{\min})$$

ここで注意すべきことは許容領域  $[\dot{s}^{\min}, \dot{s}^{\max}]$  の巾が

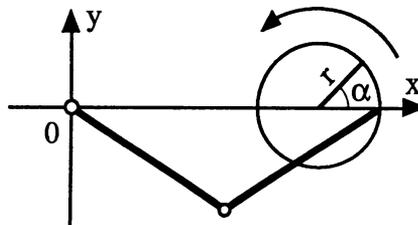


Fig. 3 Desired Path

経路速度  $\dot{s}$  に依存することである。速度が高すぎると  $\dot{s}$  の許容領域が存在しなくなって経路上の運動は不可能になる。このことが経路速度  $\dot{s}$  の許容領域を決定する。最短時間軌道は、経路速度  $\dot{s}$  がこの許容領域を越えない範囲の最大の値を常にとるように最大加速または最大減速を行なう軌道を接続することにより構成できる。

軌道計画の例を Fig. 2 の 2 自由度水平多関節マニピュレータについて示す。関節トルク制限は  $-2 \leq \tau_1 \leq 2$ ,  $-1 \leq \tau_2 \leq 1$  (N·m) である。目標経路は Fig. 3 に示す円周 (中心 [0.4, 0], 半径 0.1m) を 1 周する経路である。この場合経路座標系は円の中心を原点とする極座標系で、経路方向の  $s$  成分に相当するのは角度  $\alpha$ , 経路に直交する  $x$  成分に相当するのは半径  $r$  である。計画された軌道において経路方向の速度  $\dot{\alpha}$  (Fig. 4 (a) 太線) は許容速度 (Fig. 4 (a) 細線) を越えないように、最大加減速を切換えて構成されている。どちらか一方の関節トルクが常に飽和しているため (Fig. 4 (b), (c)), 従来の制御手法は適用困難である。

なお本章では経路座標による運動方程式の表現を用いたが、目標経路上では  $h_s = dq/ds = q'$  であるから (13) 式は、

$$\ddot{s} = (m_i q')^{-1} (\tau_i - m_i q'' \dot{s}^2 - b_i) \quad (i=1, \dots, n)$$

と書き直すことができる。したがってここでの表現は文献 4)~6) における経路パラメータを用いた表現と等価である。

### 4. 経路追従制御

3. の手法で計画された軌道においては、常に少なくとも 1 つの関節トルクが飽和しており、従来のフィードバック制御では、マニピュレータが目標経路から外れる恐れがある。そこで本章ではトルク飽和を考慮して経路追従制御を構成する。本手法では経路と直交する  $x$  成分と経路方向の  $s$  成分を独立に制御し、トルク飽和が存在する場合にも経路に対する追従性を確保する。なお本手法では、トルク変動の bang-bang 性など、最短時間軌道特有の性質を用いていないため、最短時間軌道以外の公称軌道にも適用可能である。

経路座標系で表わされたマニピュレータの運動方程式 (11) は、

$$M(H_x \ddot{x} + h_s \ddot{s} - HJ \dot{\theta}) + b = \tau \quad (15)$$

とも書ける。ここで、

$$\tilde{M} = MH, \quad \tilde{M}_x = \begin{bmatrix} \tilde{m}_{x1} \\ \vdots \\ \tilde{m}_{xn} \end{bmatrix} = MH_x, \quad \tilde{m}_s = \begin{bmatrix} \tilde{m}_{s1} \\ \vdots \\ \tilde{m}_{sn} \end{bmatrix} = Mh_s$$

$$\tilde{b} = b - \tilde{M}J\dot{\theta}, \quad \tilde{\tau} = \tau - \tilde{b} \quad (16)$$

とおく。すると運動方程式 (15) は、

$$\tilde{M}_x \ddot{x} + \tilde{m}_s \ddot{s} = \tilde{\tau} \quad (17)$$

という形に整理される。また (12) 式の関節トルク  $\tau$  の制限を  $\tilde{\tau}$  の制限に置き換え、

$$\tilde{\tau} \in \tilde{T}, \quad \tilde{T} = \{\tilde{\tau} | \tilde{\tau}_i^{\min} \leq \tilde{\tau}_i \leq \tilde{\tau}_i^{\max} (i=1, \dots, n)\} \quad (18)$$

とする。ただし、

$$\tilde{\tau}_i^{\min} = \tau_i^{\min} - \tilde{b}_i, \quad \tilde{\tau}_i^{\max} = \tau_i^{\max} - \tilde{b}_i$$

領域  $\tilde{T}$  はトルク空間において領域  $T$  を  $\tilde{b}$  だけ並進させたものになる。

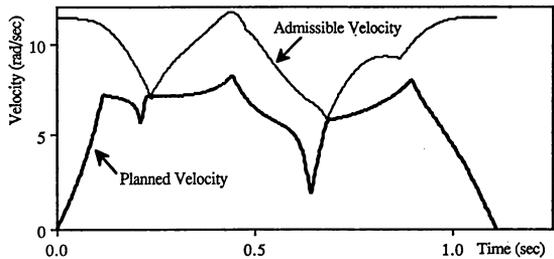
#### 4.1 経路に直交する成分 $x$ の制御

まずマニピュレータを目標経路上に拘束するため、経路と直交する  $x$  成分を優先的に制御する。追従誤差を抑制するためのフィードバックとして例えば次のような PID 制御則を適用し、発生すべき加速度  $\ddot{x}_c$  を求める。

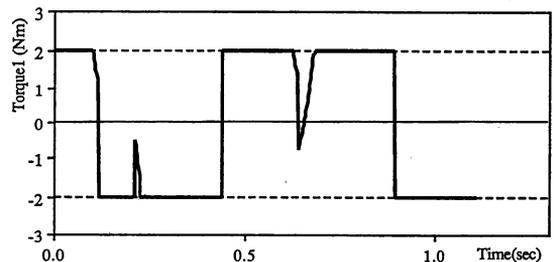
$$\ddot{x}_c = -K_v \dot{x} - K_p(x - x_d) - K_i \int (x - x_d) dt \quad (19)$$

$x_d$  は  $x$  成分の目標位置、 $x, \dot{x}$  はそれぞれ実測位置、実測速度である。(19) 式の加速度  $\ddot{x}_c$  が  $x$  成分に発生できれば、

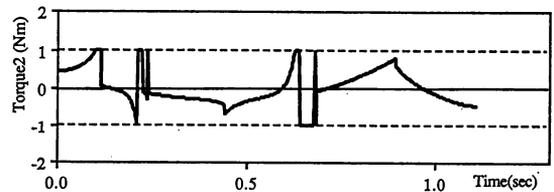
$$(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + K_v(\dot{x} - \dot{x}_d) + K_p(x - x_d)$$



(a) Path Velocity



(b) Torque 1



(c) Torque 2

Fig. 4 Minimum-Time Trajectory

$$+K_i \int (x-x_d)dt=0 \quad (20)$$

という関係が成立し、ゲイン  $K_v, K_p, K_i$  を適切に決めれば  $x$  成分の目標値  $x_d$  への収束性が保証される。すなわちマニピュレータ先端は目標経路上に保たれる。 $K_v, K_p, K_i$  によって目標経路への収束の速さを指定することも容易である。

(18) 式のトルク制限のため、実際には PID コントローラ出力の加速度  $\ddot{x}_c$  が発生できない場合が存在する。 $(\forall \ddot{s}, \tilde{M}_x \ddot{x}_c + \tilde{m}_s \ddot{s} \in \tilde{T})$  そこで加速度空間における幾何学的な関係から  $\ddot{x}_c$  の実現可能性を判定する。また  $\ddot{x}_c$  が発生できない場合には、実現し得る範囲で最善の値に  $\ddot{x}_a$  の値を制限し、実際に発生する  $x$  成分の加速度  $\ddot{x}_a$  を決定する。

運動方程式 (17) に (19) 式で求めた加速度  $\ddot{x}_c$  を代入する。 $\tilde{m}_{si} \neq 0$  ならば、

$$\ddot{s} = \tilde{m}_{si}^{-1} (\tilde{\tau}_i - \tilde{M}_{xi} \ddot{x}_c) \quad (21)$$

(21) 式に (18) 式のトルク制限を加えると、軌道計画の場合と同様に、各関節の制限に応じた経路加速度  $\ddot{s}$  の最大値  $\ddot{s}_i^{\max}$ /最小値  $\ddot{s}_i^{\min}$  が求められる。各関節に対する  $\ddot{s}$  の許容領域の共通部分  $[\ddot{s}^{\min}, \ddot{s}^{\max}]$  が存在する場合には、その範囲の  $\ddot{s}$  について  $\tilde{M}_x \ddot{x}_c + \tilde{m}_s \ddot{s} \in \tilde{T}$  となる。すなわち  $\ddot{x}_c$  は実現可能であるから制限する必要はなく、 $\ddot{x}_a = \ddot{x}_c$  である。 $(\tilde{m}_{si} = 0$  となる場合には関節  $i$  に対する  $\ddot{s}$  の制限は存在しない。その代わりに  $\ddot{x}_c$  が実現可能であるためには  $\tilde{\tau}_i^{\min} \leq \tilde{M}_{xi} \ddot{x}_c \leq \tilde{\tau}_i^{\max}$  でなくてはならない。)

行列  $\tilde{M}$  はトルク空間  $R^n$  と経路座標系における加速度空間  $R^n$  との間の 1 次変換行列とみなすことができる。 $\tilde{M}$  によってトルク制限領域  $\tilde{T}$  は加速度許容領域  $\tilde{U}$  に変換される。例えば  $n=3$  の場合、 $\tilde{T}$  は直方体で  $\tilde{U}$  は平行 6 面体となる。 $\ddot{x} = \ddot{x}_c$  は加速度空間において  $\ddot{s}$  軸に平行な直線である。 $\ddot{x}_c$  が実現可能となるのは直線  $\ddot{x} = \ddot{x}_c$  と領域  $\tilde{U}$  が交わる場合に相当する。 $\ddot{x} = \ddot{x}_c$  と  $\tilde{U}$  の

共通部分の線分が  $\ddot{s}$  の許容領域を表わす。

一方  $\ddot{x} = \ddot{x}_c$  と  $\tilde{U}$  が交わらない場合、すなわち  $\ddot{s}$  の許容領域が存在しない場合には、いかなる  $\ddot{s}$  についても  $\tilde{M}_x \ddot{x}_c + \tilde{m}_s \ddot{s} \in \tilde{T}$  である。 $\ddot{x}_c$  そのものは実現できないため、 $\ddot{x}_c$  を制限して実際の加速度  $\ddot{x}_a$  を求めることが必要である。 $\ddot{x}_a$  はできるだけ  $\ddot{x}_c$  に近いことが望ましいから、 $|\ddot{x}_a - \ddot{x}_c|^2$  が最小となるように  $\ddot{x}_a$  を定めるとする。加速度空間において、加速度許容領域  $\tilde{U}$  の平面  $\ddot{s} = 0$  に対する直線  $\ddot{x} = \ddot{x}_c$  に沿った射影  $\tilde{U}'$  を考える。平面  $\ddot{s} = 0$  上で  $\ddot{x}_a \in \tilde{U}'$  でなくてはならない。したがって領域  $\tilde{U}'$  に属し、 $\ddot{x}_c$  から最短の距離にある点を  $\ddot{x}_a$  として選べばよい。

この場合  $\ddot{x} \neq \ddot{x}_c$  であるから (20) 式は成立たないが、制限内のトルクで実現できる、最も  $\ddot{x}_c$  に近い加速度が得られる。なお (20) 式が成立たないことが直ちに経路から外れることを意味するわけではない。より一般的に加速度、速度が経路誤差を減少させる方向にあるためには、 $\ddot{x}, \dot{x}_d$  の各成分について  $\ddot{x}_i, \dot{x}_i, x_i - x_{di}$  ( $i=1, \dots, n-1$ ) のうち一つの符号が他の 2 つと異なればよい。領域  $\tilde{U}'$  が原点  $\ddot{x} = 0$  を含む場合には  $\ddot{x}$  の各成分は正負どちらの符号も選べるから、必ず上記の必要条件を満たす  $\ddot{x}_a$  を選ぶことができる。公称軌道として  $\ddot{x} = 0$  において計画された最短時間軌道を用いる場合、その近傍では領域  $\tilde{U}'$  は原点  $\ddot{x} = 0$  を含むと考えられ、 $\ddot{x} \neq \ddot{x}_c$  の場合も経路への収束性の条件を満たす。

#### 4.2 経路方向の成分 $\ddot{s}$ の制御

次に  $\ddot{s}$  成分を制御して、経路方向の加減速を行なう。まず 3. の軌道計画アルゴリズムで求められた公称軌道の経路速度  $\dot{s}_n$ 、経路加速度  $\ddot{s}_n$  と、実測経路速度  $\dot{s}$  から、発生すべき経路加速度  $\ddot{s}_c$  を求める。ここでは文献 9) で提案された、速度の 2 乗のフィードバックを用いる。

$$\ddot{s}_c = \ddot{s}_n(s) + K_s(\dot{s}_n^2(s) - \dot{s}^2) \quad (22)$$

$\dot{s}^2$  を  $s$  に関して微分すると、

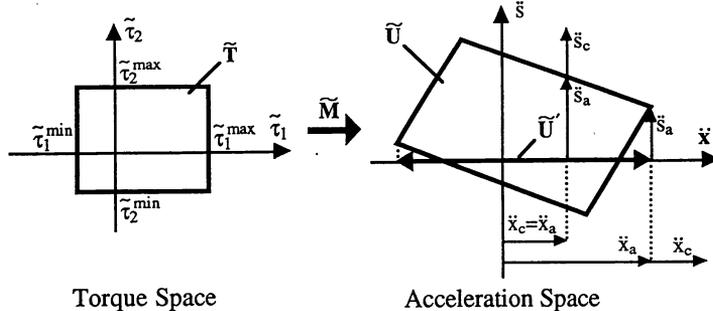


Fig. 5 Limit of Accelerations

$$\frac{d\dot{s}^2}{ds} = 2 \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d\dot{s}}{ds} = 2 \frac{d^2s}{dt^2} = 2\ddot{s} \quad (23)$$

したがって (22) 式のフィードバックによって  $s^2$  に関する 1 次系 ( $s$  を時間変数とする) が構成でき、 $\dot{s} = \dot{s}_c$  ならば  $s^2$  は公称値  $\dot{s}_n^2$  に収束する。

(22) 式で求められた  $\dot{s}_c$  についても、 $\ddot{x}_c$  と同様にトルクに基づく制限を加え、実際に発生する加速度  $\ddot{s}_a$  を求める。4.1 節で  $\ddot{x}_c$  がそのまま実現可能な場合には、 $\dot{s}$  の許容領域  $[\dot{s}^{\min}, \dot{s}^{\max}]$  は既に求められている。また  $\ddot{x}_c$  が制限されている場合には、(21) 式の  $\ddot{x}_c$  を  $\ddot{x}_a$  に置き換えた式をもとに  $s$  の許容領域を求める。後者の場合、特殊な場合を除いては許容される  $s$  はただ一つの値に限られる。 $\dot{s}$  はスカラーであるから制限は簡単で、許容領域  $[\dot{s}^{\min}, \dot{s}^{\max}]$  において  $\dot{s}_c$  に最も近い値を  $\dot{s}_a$  とすればよい。

上記の制限は、4.1 節の加速度  $\ddot{x}_a$  が発生できるように  $s$  成分の加減速を制限するというを意味する。特に  $\dot{s}$  の許容領域  $[\dot{s}^{\min}, \dot{s}^{\max}]$  が存在する場合には、 $\dot{s}_c$  が制限されていても  $\ddot{x}_c$  はそのまま実現される (これはトルクが飽和している関節が 1 個の場合に相当する)。すなわち  $\ddot{x}$  成分については (20) 式が成立し、経路追従性が保証される。

また、(22) 式において  $\dot{s}_n, \ddot{s}_n$  が時間の関数ではなく  $s$  成分すなわち通過中の位置の関数として与えられることに注意せよ。したがって  $\dot{s}_c$  が制限されて実行結果の時間履歴が公称軌道と異なるものになっても問題は生じない。 $(\dot{s}_n, \ddot{s}_n$  は  $s$  の関数である経路形状やマニピュレータ動特性に基づいて計画されている。その点からも  $\dot{s}_n, \ddot{s}_n$  を  $s$  の関数とすることは合理的である。)

Fig. 5 は  $n=2$  の場合について加速度の制限を模式的に表したものである。行列  $\tilde{M}$  はトルク空間と加速度空間との間の 1 次変換とみなせる。 $\tilde{M}$  によってトルクの許容範囲  $\tilde{T}$  は加速度の許容範囲  $\tilde{U}$  に変換される。 $\tilde{U}$  を  $\ddot{x}$  軸上に射影した線分  $\tilde{U}'$  が  $\ddot{x}$  の許容範囲を表わす。フィードバック出力  $\ddot{x}_c$  が  $\tilde{U}'$  の外側にある場合、実際に発生する加速度は  $\ddot{x}_a$  に制限される。この場合には  $\dot{s}_a$  は一意に決まる。 $\ddot{x}_c$  が  $\tilde{U}'$  の内側にある場合は、フィードバックで求められた  $\dot{s}_c$  を  $\dot{s}$  の許容領域内に制限し

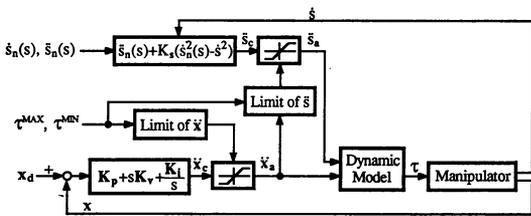


Fig. 6 Path Tracking Control System

て  $\dot{s}_a$  を求める。

以上のようにして決定した加速度  $\ddot{x}_a, \dot{s}_a$  を運動方程式 (17) に代入して関節トルク  $\tau$  を求める。(ただし、多くの場合はここまでの手順のいずれかの段階で、すでにトルクが求められている。) Fig. 6 に制御系のブロック線図を示す。システムへの入力はずべて時間には依存しない。 $x_d$  およびトルク制限は一定値で、 $\dot{s}_n, \ddot{s}_n$  は  $s$  の関数として与えられる。このためこの制御系は時間軸を伸縮させて経路追従を実現することが可能である。

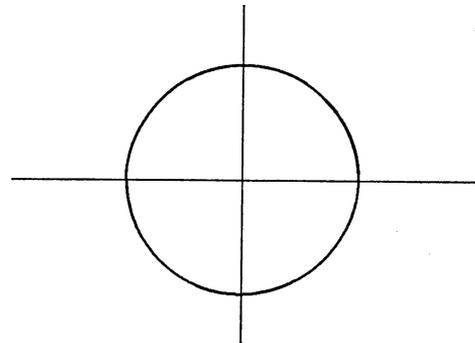
経路の実行時間が公称軌道とは異なるものになるため、

$$\lambda = \frac{s - s_0}{s_f - s_0} \quad (24)$$

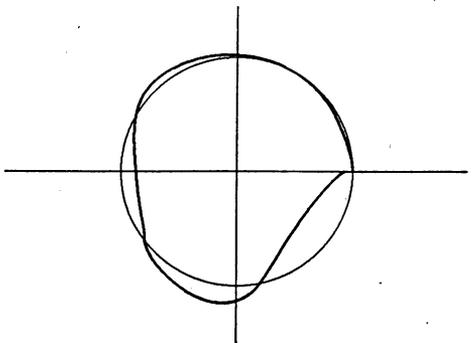
とおき、制御実行中は  $\lambda$  の値を監視する。目標経路上では  $0 \leq \lambda \leq 1$  である。 $\lambda \geq 1$  となった時点で経路終了と判断する。

### 5. シミュレーション

Fig. 2 の 2 自由度マニピュレータに本手法を適用し、Fig. 3 の経路に対する追従制御のシミュレーションを行なった。公称軌道としては 3. で述べた最短時間軌道計画の結果 (Fig. 4) を用いた。まず軌道計画に対する外



(a) Proposed Method



(b) Conventional Method

Fig. 7 Simulation Results with Joint Friction

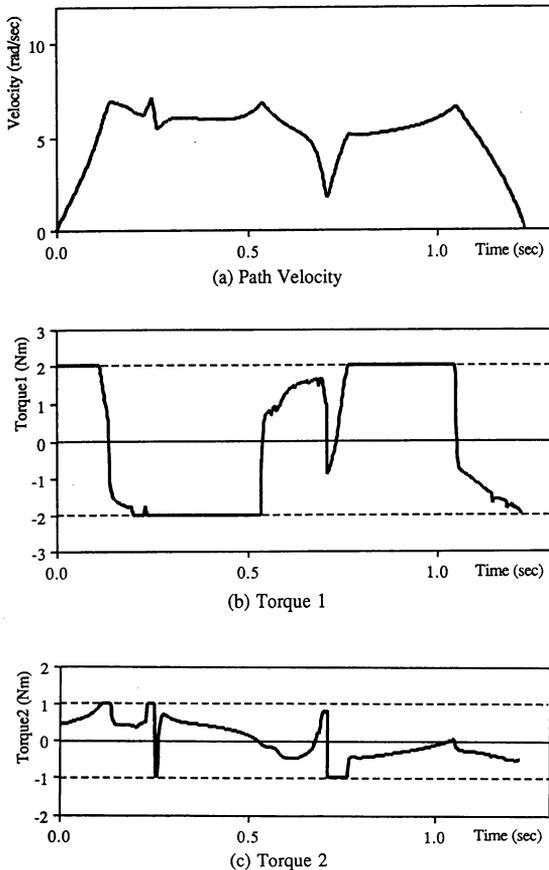


Fig. 8 Simulation Results with Joint Friction

乱として、各関節に計画の際には考慮しなかった粘性摩擦・クーロン摩擦 (関節 1:  $0.2 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) + 0.4 \theta_1$  (N·m), 関節 2:  $0.1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2) + 0.2 \theta_2$  (N·m)) を加えた。コントローラにおけるマニピュレータの動力学モデルも摩擦は考慮していない。シミュレーションの実行結果を Fig. 7 に示す。従来の制御手法 (b) (作業座標サーボによる計算トルク法) では経路が目標経路の円周から大きく外れるが、本手法 (a) では目標経路からのずれはわずかである。本手法による追従結果の経路速度を Fig. 8 (a) に示す。追従結果を Fig. 4 の公称軌道と比較すると、時間軸を伸ばし、軌道を遅らせて追従が実現されている。しかし関節トルク (Fig. 8 (b), (c)) はほとんど飽和していて、アクチュエータの能力を最大限に使っていることがわかる。

次に経路からの初期偏差 ( $r - r_d = 0.015$  m) が存在する場合のシミュレーションを行った (Fig. 9)。従来の手法 (b) ではトルク飽和にもかかわらず強引に偏差を収束させようとして、かえって偏差が拡大されている。案提した手法 (a) では経路初期で偏差が収束してそれ

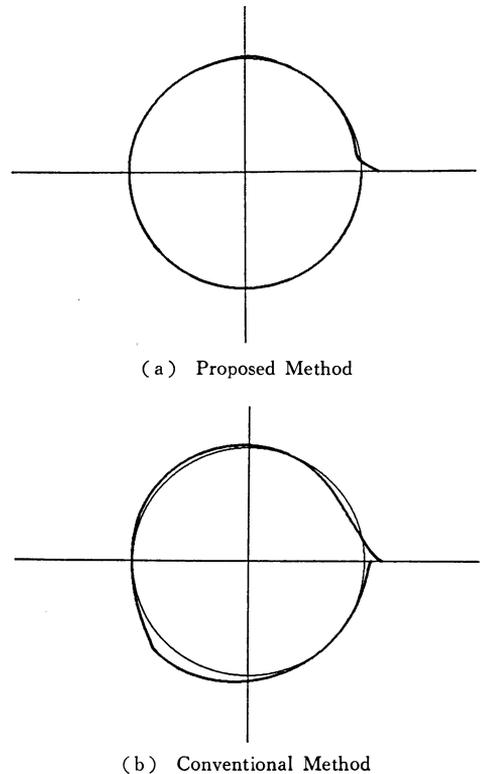


Fig. 9 Simulation Results with Initial Error

以後は正確な経路追従を実現している。追従結果の経路速度、トルク (Fig. 10) の収束後の部分は、時間軸をシフトすることによって Fig. 4 の軌道計画の結果にはほぼ重ねることができる。このことは偏差の収束後の軌道が最短時間軌道そのものになっていることを意味する。

またいずれのシミュレーションにおいても、従来の手法ではこれ以上フィードバックゲインを上げると発生すべきトルクと実際のトルクの差が大きくなるためにかえって経路偏差が増大する。一方提案した手法ではゲインを上げることによって偏差をさらに小さく抑えることが可能である。

## 6. 結 言

関節トルクが飽和した状態でも目標経路の追従が可能なフィードバック制御手法を提案した。本手法ではマニピュレータの運動方程式を経路座標を用いて記述し、トルク制限を考慮しながら、経路方向の成分の加速度およびそれと直交する成分の加速度を独立に制御する。制御系への入力が入力がすべて時間には依存しないため、与えられた公称軌道の時間軸を伸縮させて経路追従が実現される。2自由度マニピュレータのシミュレーションにおいては、外乱や初期偏差が存在する場合でも目標経路からの偏差

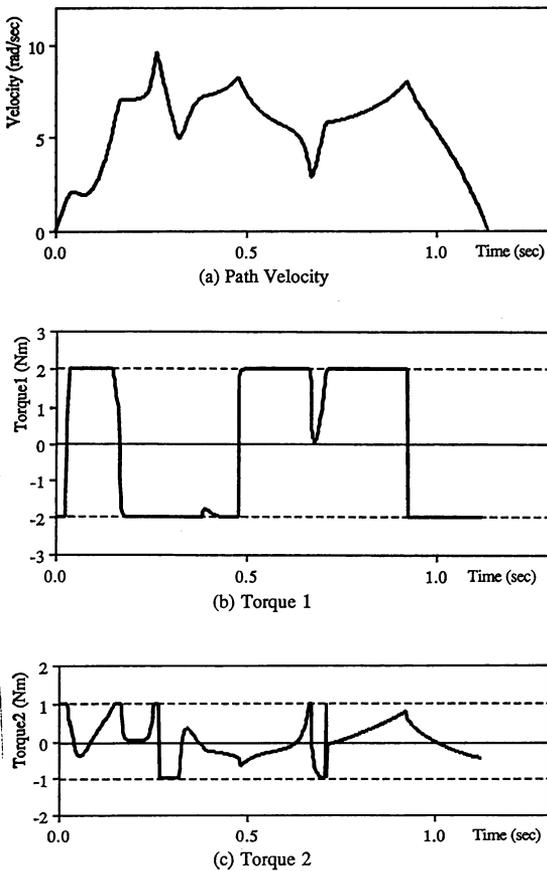


Fig. 10 Simulation Results with Initial Error

を小さく抑えることができた。

今後は、実際のマニピュレータに本手法を適用し、トルク飽和下での経路追従性を確認する予定である。また本手法はマニピュレータのモデルに依存しており、実時間で動力学計算を行なう必要がある。そこで現在モデル変動に対応し、かつモデル計算の量を削減するための手法を検討中である。

最後に日頃御支援頂いている大山尚武機械技術研究所ロボット工学部長、ならびに本研究を進めるにあたり貴重な助言を頂いたバイオロボティクス課、感覚制御課諸氏に謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) H. P. Geering, L. Guzzella, S. Hepner and C. H. Onder, "Time-Optimal Motions of Robots in Assembly Tasks," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.31-6, pp. 512-518, 1989.
- 2) V. T. Rajan, "Minimum Time Trajectory Planning," Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 759-764, 1985.
- 3) G. Sahar and J. M. Hollerbach, "Planning of Minimum-Time Trajectories for Robot Arms," Int. J. Robotics Research, Vol.5-3, pp. 90-100, 1986.
- 4) K. G. Shin and N. D. McKay, "Minimum-Time Control of Robotic Manipulators with Geometric Path Constraints" IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.30-6, pp. 531-541, 1985.
- 5) J. E. Bobrow, S. Dubowsky and J. S. Gibson, "Time-Optimal Control of Robotic Manipulators along Specified Paths," Int. J. Robotics Research, Vol.4-3, pp. 3-17, 1985.
- 6) F. Pfeiffer and R. Johanni, "A Concept for Manipulator Trajectory Planning," IEEE J. Robotics and Automation, Vol.3-2, pp. 115-123, 1987.
- 7) 尾崎, 秀田, 山本, 毛利, "空間経路が指定されるマニピュレータの軌道計画", 計測自動制御学会論文集, Vol. 23-3, pp. 288-293, 1987.
- 8) 阿部, 土谷, "可変速軌道計画による2自由度ロボット・マニピュレータ経路制御", 日本ロボット学会誌, Vol. 8-1, pp. 1-8, 1990.
- 9) O. Dahl and L. Nielsen, "Torque Limited Path Following by On-line Trajectory Time Scaling," IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.6-5, pp. 554-561, 1990.
- 10) H. Y. Tam, "Minimum Time Closed-Loop Tracking of a Specified Path by Robot," Proc. 29th IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 3132-3137, 1990.
- 11) 荒井, 館, "非駆動関節を有するマニピュレータの経路追従制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.27-7, pp. 800-805, 1991.