

# Ein einfaches weich strukturvariables Anti-Windup

## A Simple Soft Variable-Structure Anti-Windup

Andreas Ortseifen, Jürgen Adamy, Technische Universität Darmstadt

**Zusammenfassung** Dieser Beitrag stellt eine neue, nicht-lineare Anti-Windup-Maßnahme für lineare Systeme vor, die auf der weich strukturvariablen Zustandsregelung mittels impliziter Ljapunov-Funktionen basiert. Durch die variable Struktur des Anti-Windup (AW) kann zum einen die Regelgüte im Vergleich zu linearen AW-Ansätzen beträchtlich gesteigert werden. Der Vorteil gegenüber existierenden strukturvariablen AW-Strategien ist zum anderen ein geringerer Entwurfsaufwand und eine einfacher zu implementierende Regelstrategie

bei gleicher Regelgüte, wie anhand eines Beispiel demonstriert wird. ▶▶▶ **Summary** This article presents a new, nonlinear anti-windup for linear systems. It is based on soft variable-structure controls using implicit Lyapunov functions leading to remarkable performance improvements compared to linear AW techniques. Advantages compared to existing variable-structure AW approaches are a less complicated design and an easily implementable control strategy. The effectiveness is demonstrated by an example.

**Schlagwörter** Anti-Windup, weich strukturvariable Regelung, implizite Ljapunov-Funktion ▶▶▶ **Keywords** Anti-windup, soft variable-structure control, implicit Lyapunov function

### 1 Einleitung

Jedes reale Regelsystem ist mit einer Beschränkung der Stellamplitude behaftet. Diese physikalische Grenze muss beim Entwurf des Regelkonzeptes berücksichtigt werden, da es sonst zu einem unerwünschtem Verhalten des Systems – bis hin zur Instabilität – kommen kann.

Neben der Möglichkeit die Stellgrößenbeschränkung während des Reglerentwurfes direkt zu berücksichtigen, hat sich ein Vorgehen in zwei Schritten etabliert: Zuerst wird die Stellgrößenbeschränkung ignoriert und ein Regler für die unbeschränkte Regelstrecke entworfen. In einem zweiten Schritt wird der Regelkreis um eine strukturelle Maßnahme erweitert, die Stabilität und eine hohe Regelgüte garantiert, falls die Stellgröße sättigt. Diese Maßnahme wird aus historischen Gründen mit Anti-Windup (AW) bezeichnet und besteht aus einem Modell der nichtlinearen Begrenzungskennlinie sowie einem dynamischen Anteil. Ist letzterer linear, spricht man von einer linearen AW-Maßnahme.

Ein Vorteil der AW-Methodik ist, dass sich der Regler im ersten Entwurfsschritt mit einem beliebigen Verfahren sehr einfach entwerfen lässt. Das Verhalten des

unbeschränkten Systems, das dem Kleinsignalverhalten des beschränkten Systems entspricht, kann somit nahezu optimal eingestellt werden. Deshalb ist das Ziel einer AW-Maßnahme das Kleinsignalverhalten nicht zu stören und im Sättigungsfall den Regler so zu beeinflussen, dass annähernd unbeschränktes Systemverhalten resultiert.

Eine Zusammenfassung der existierenden linearen AW-Strategien geben die Artikel [11; 25]. Die Mehrheit der AW-Ansätze lässt sich in zwei Kategorien einordnen. Bei dem filterbasierten AW kommt ein lineares Filter als AW-Maßnahme zum Einsatz [12; 15; 23]. Modellbasierte AW [14; 26; 28; 29; 31] beinhalten ein Modell der Strecke und das Entwurfsproblem reduziert sich – wie später gezeigt wird – auf die Stabilisierung dieses Modells unter Störungen durch eine lineare Zustandsrückführung.

Der Einfachheit einer linearen Zustandsrückführung steht eine mäßige Regelgüte gegenüber. Durch strukturvariable Zustandsrückführungen lässt sich dieses Problem beheben. Die seit langem bekannte Grundidee ist, immer aggressivere Zustandsregler zu aktivieren je näher die Systemzustände dem Ursprung kommen [18].

Die Arbeiten [9; 30] setzen diese Idee erstmals im Kontext von modellbasiertem AW um. Dabei wird zwischen einer festen Anzahl an linearen Zustandsrückführungen umgeschaltet. Eine weitere Steigerung ist durch unendlich viele Zustandsregler erreichbar. Die Reglerparameter ändern sich dann kontinuierlich und man spricht von weich strukturvariablen Regelungen (WSVR) [3].

Die hinsichtlich der Regelgüte am weitesten entwickelte modellbasierte AW-Strategie ist bislang das weich strukturvariable Anti-Windup in [8; 10]. Dabei werden die Parameter der Zustandsrückführung durch eine konvexe Kombination linearer Zustandsregler kontinuierlich an den aktuellen Systemzustand angepasst.

Der Hauptbeitrag dieser Arbeit ist ein neues, auf impliziten Ljapunov-Funktionen basierendes AW-Konzept, das auf der in [7; 20; 21] entwickelten und in [17] vereinfachten impliziten WSVR aufbaut. Die Vorteile gegenüber [8; 10] sind ein wesentlich geringerer Entwurfsaufwand und eine unkompliziertere und einfacher zu implementierende Regelstrategie bei vergleichbarer Regelgüte. Es werden nur SISO-Systeme betrachtet, eine Erweiterung auf MIMO-Systeme ist aber möglich.

Der Artikel gliedert sich wie folgt. Die Abschnitte 2 und 3 wiederholen wichtige Grundlagen linearer AW-Ansätze. Abschnitt 4 fasst die implizite WSVR aus [17] zusammen. Das implizite weich strukturvariable AW wird in Abschnitt 5 vorgestellt und an einem Beispiel in Abschnitt 6 demonstriert.

**Notation.** Die Menge der symmetrischen Matrizen der Dimension  $n$  ist  $\mathbb{S}^n$ . Die Schreibweise  $\mathbf{P} > \mathbf{0}$  ( $\mathbf{P} \geq \mathbf{0}$ ) bedeutet, dass die Matrix  $\mathbf{P}$  symmetrisch und positiv (semi-)definit ist. Die  $L_2$ -Norm für ein energiebeschränktes Signal  $\mathbf{x}(t)$  ist  $\|\mathbf{x}\|_{L_2}$ , wobei

$$\|\mathbf{x}\|_{L_2} = \left( \int_0^\infty \mathbf{x}^T \mathbf{x} dt \right)^{1/2}.$$

## 2 Der betrachtete Regelkreis

Die lineare, vollständig steuer- und vollständig beobachtbare Strecke der Ordnung  $n_p$  wird durch die Zustandsraumdarstellung

$$\mathcal{P} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{b}_p u_p + \mathbf{d}_p r, \\ y_p = \mathbf{c}_p^T \mathbf{x}_p \end{cases} \quad (1)$$

beschrieben. Dabei ist  $\mathbf{x}_p \in \mathbb{R}^{n_p}$  der Zustand,  $u_p \in \mathbb{R}$  der Eingang,  $r \in \mathbb{R}$  eine auf  $\mathcal{P}$  wirkende Störung und  $y_p \in \mathbb{R}$  der Ausgang. Die Strecke sei stabil, d. h., die Matrix  $\mathbf{A}_p$  besitzt ausschließlich Eigenwerte  $\lambda_{p,i}$  mit negativem Realteil und liege in Regelungsnormalform vor. Der Vektor  $\mathbf{a}^T = [a_0, \dots, a_{n_p-1}]$  enthält die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms der Strecke

$$s^{n_p} + a_{n_p-1} s^{n_p-1} + \dots + a_1 s + a_0 = \prod_{i=1}^{n_p} (s + \lambda_{p,i}). \quad (2)$$

Der Regler besitzt die Zustandsraumdarstellung

$$\mathcal{C} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{f}_c(\mathbf{x}_c, u_c, w), \\ y_c = \mathbf{g}_c(\mathbf{x}_c, u_c, w) \end{cases} \quad (3)$$

mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}_c \in \mathbb{R}^{n_c}$ , den Eingängen  $u_c, w \in \mathbb{R}$  und dem Ausgang  $y_c \in \mathbb{R}$ . Über den Eingang  $u_c$  werden dem Regler Messgrößen der Strecke zugeführt, über  $w$  lassen sich Sollwerte vorgeben.

Die Verschaltung von Regler und Strecke gemäß

$$u_p = y_c = y_{c,ub}, u_c = y_p = y_{p,ub} \quad (4)$$

führt zu dem sogenannten unbeschränkten Regelkreis, der in Bild 1 dargestellt ist. Um die Unbeschränktheit hervorzuheben, werden die Bezeichnungen  $y_{c,ub}, y_{p,ub}$  verwendet. Es wird vorausgesetzt, dass der ohne Berücksichtigung von Stellbegrenzungen entworfene Regler (3) ein optimales Führungs- und Störverhalten aufweist und zu einem stabilen Regelkreis führt.

In der Realität ist der Eingang der Strecke beschränkt. Das führt zu dem in Bild 2 dargestellten beschränkten Regelkreis. Für den Streckeneingang gilt

$$u_p = \text{sat}_m(y_c), u_c = y_p \quad (5)$$

mit der Sättigungsfunktion

$$u_p = \text{sat}_m(y_c) = \text{sgn}(y_c) \min(m, |y_c|) \quad (6)$$

und einer maximal möglichen Stellamplitude  $m$ .

Um die durch die sättigende Stellgröße hervorgerufenen Windup-Effekte zu minimieren, wird eine modellbasierte Anti-Windup-Maßnahme der Form

$$\mathcal{AW} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{aw} = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_{aw} + \mathbf{b}_p (\text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c), \\ y_1 = \mathbf{f}_{aw}(\mathbf{x}_{aw}), \\ y_2 = \mathbf{c}_p^T \mathbf{x}_{aw} \end{cases} \quad (7)$$

mit  $\mathbf{x}_{aw}(0) = \mathbf{0}$  verwendet. Die Verschaltung

$$u_p = \text{sat}_m(y_c + y_1), u_c = y_p - y_2 \quad (8)$$

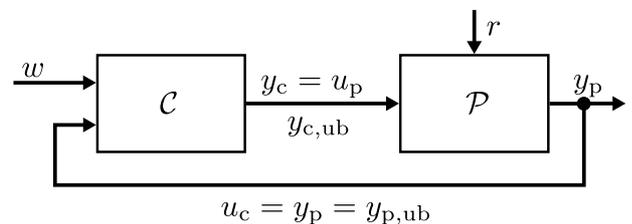


Bild 1 Unbeschränkter Regelkreis.

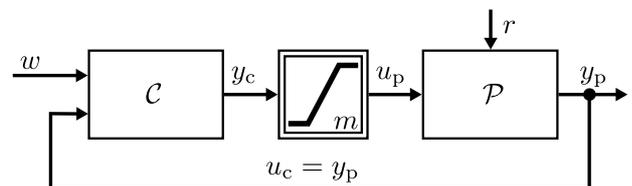


Bild 2 Beschränkter Regelkreis.

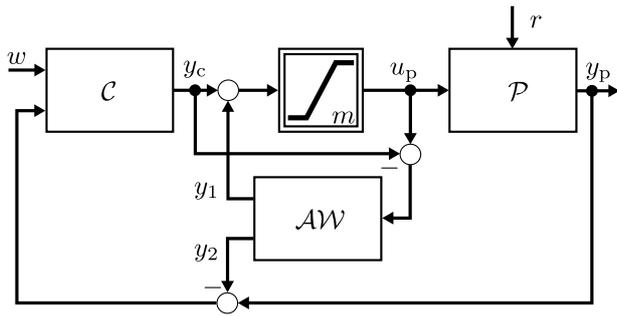


Bild 3 Anti-Windup Regelkreis.

führt zu dem in Bild 3 dargestellten Anti-Windup-Regelkreis mit der Zustandsraumdarstellung

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_p \\ \dot{\mathbf{x}}_c \\ \dot{\mathbf{x}}_{aw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{b}_p \text{sat}_m(y_c + y_1) + \mathbf{d}_p r \\ f_c(\mathbf{x}_c, \mathbf{c}_p^T(\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{aw}), w) \\ \mathbf{A}_p \mathbf{x}_{aw} + \mathbf{b}_p(\text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c) \end{bmatrix}, \quad (9a)$$

$$y_c = g_c(\mathbf{x}_c, \mathbf{c}_p^T(\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{aw}), w), \quad (9b)$$

$$y_1 = f_{aw}(\mathbf{x}_{aw}), \quad (9c)$$

$$y_p = \mathbf{c}_p^T \mathbf{x}_p. \quad (9d)$$

Ziel des Entwurfes ist  $y_1 = f_{aw}(\mathbf{x}_{aw})$  so zu wählen, dass Stabilität und eine hohe Regelgüte im Sättigungsfall garantiert sind. Dazu sind die folgenden zwei Umformungen des Regelkreises nützlich.

### 2.1 Umformung 1: Mismatch-Koordinaten

Der Anti-Windup-Regelkreis weicht im Sättigungsfall, je nach gewähltem  $y_1 = f_{aw}(\mathbf{x}_{aw})$ , unterschiedlich stark von dem erwünschten Verhalten des unbeschränkten Regelkreises ab. Diese Diskrepanz (engl. mismatch) kann mithilfe der sogenannten Mismatch-Darstellung des Regelkreises [29; 31] veranschaulicht werden.

Mittels der linearen Zustandstransformation

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_{aw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{aw} \\ \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_{aw} \end{bmatrix} \quad (10)$$

wird der AW-Regelkreis (9) transformiert. Man erhält den AW-Regelkreis in den Mismatch-Koordinaten

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \xi_1 + \mathbf{b}_p y_c + \mathbf{d}_p r \\ f_c(\xi_2, \mathbf{c}_p^T \xi_1, w) \\ \mathbf{A}_p \xi_3 + \mathbf{b}_p(\text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c) \end{bmatrix}, \quad (11a)$$

$$y_c = g_c(\xi_2, \mathbf{c}_p^T \xi_1, w), \quad (11b)$$

$$y_1 = f_{aw}(\xi_3), \quad (11c)$$

$$y_p = \mathbf{c}_p^T (\xi_1 + \xi_3). \quad (11d)$$

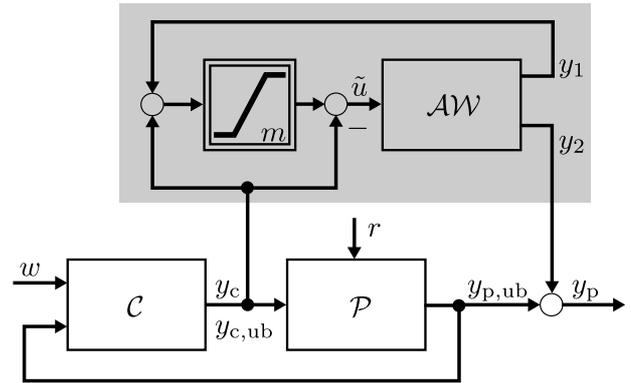


Bild 4 Äquivalente Darstellung des Anti-Windup Regelkreises in Mismatch-Koordinaten.

Durch diese Transformation wird eine Zerlegung des AW-Regelkreises in den unbeschränkten Regelkreis

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \xi_1 + \mathbf{b}_p y_c + \mathbf{d}_p r \\ f_c(\xi_2, \mathbf{c}_p^T \xi_1, w) \end{bmatrix}, \quad (12a)$$

$$y_c = g_c(\xi_2, \mathbf{c}_p^T \xi_1, w) \quad (12b)$$

und ein Anti-Windup System

$$\dot{\xi}_3 = \mathbf{A}_p \xi_3 + \mathbf{b}_p(\text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c), \quad (13a)$$

$$y_1 = f_{aw}(\xi_3), \quad (13b)$$

$$y_2 = \mathbf{c}_p^T \xi_3 \quad (13c)$$

erreicht. Bild 4 zeigt das Gesamtsystem in Mismatch-Koordinaten mit dem Ausgang der Strecke

$$y_p = y_{p,ub} + y_2 = \mathbf{c}_p^T (\xi_1 + \xi_3). \quad (14)$$

Der Vorteil ist, dass sich der Entwurf auf das grau hinterlegte AW-System beschränken kann, da der unbeschränkte Regelkreis unter den gemachten Annahmen stabil ist. Um das AW-System (13) in eine geeignetere Form zu bringen, ist eine zusätzliche Umformung nötig.

### 2.2 Umformung 2: klassischer Zustandsregler

Es wird das AW-System (13) mit dem Eingang  $\tilde{u} = \text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c$  betrachtet. Wählt man  $\eta := (1 - \epsilon)m = m - \delta$  mit einem beliebig kleinen  $\epsilon \in (0, 1)$ , so lässt sich  $\tilde{u}$  nach einer Idee aus [9] mit den Abkürzungen

$$\alpha = \text{sat}_\delta(y_c) + y_1, \beta = \text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(\alpha) \quad (15a)$$

$$\zeta = \beta - y_c + \text{sat}_\delta(y_c) \quad (15b)$$

wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= \text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c + \underbrace{\text{sat}_m(\alpha) - \text{sat}_m(\alpha)}_0 \\ &= \text{sat}_m(\alpha) - y_c + \beta \\ &= \text{sat}_m(\alpha) - y_c + \beta + \underbrace{\text{sat}_\delta(y_c) - \text{sat}_\delta(y_c)}_0 \\ &= \text{sat}_m(\text{sat}_\delta(y_c) + y_1) - \text{sat}_\delta(y_c) + \zeta. \end{aligned} \quad (16)$$

Mit  $\kappa = \text{sat}_\delta(y_c)$  ergibt sich für das neue AW-System

$$\dot{\xi}_3 = \mathbf{A}_p \xi_3 + \mathbf{b}_p (\text{sat}_m(\kappa + y_1) - \kappa) + \mathbf{b}_p \zeta, \quad (17a)$$

$$y_1 = f_{aw}(\xi_3), \quad (17b)$$

$$y_2 = \mathbf{c}_p^T \xi_3. \quad (17c)$$

Auf den ersten Blick scheint diese Umformung keine Vorteile zu bringen. Die zeitvariante Sättigungsfunktion  $\psi(y_1, t) = \text{sat}_m(\kappa(t) + y_1) - \kappa(t)$  mit  $-\delta \leq \kappa(t) = \text{sat}_\delta(y_c(t)) \leq \delta$  lässt sich jedoch durch die ebenfalls im Sektor  $[0, 1]$  liegende Sättigungsfunktion  $\text{sat}_{m-\delta}(y_1) = \text{sat}_\eta(y_1)$  unter Inkaufnahme von Konservativität abschätzen, wie Bild 5 zeigt. Es gilt

$$|\text{sat}_\eta(y_1)| \leq |\text{sat}_m(\kappa(t) + y_1) - \kappa(t)|, \quad (18)$$

da der Sättigungslevel  $\eta$  kleiner gleich der tatsächlich zur Verfügung stehenden (zeitvarianten) Stellgröße ist.

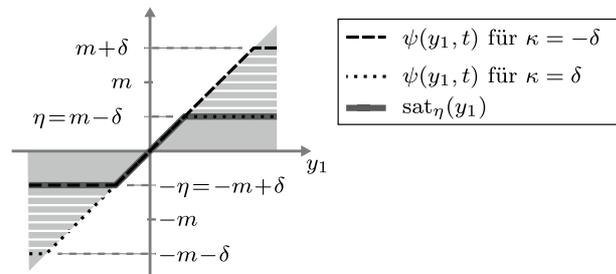
Für den Entwurf kann man sich deshalb auf das folgende virtuelle System beschränken

$$\dot{\xi}_3 = \mathbf{A}_p \xi_3 + \mathbf{b}_p \text{sat}_\eta(y_1) + \mathbf{b}_p \zeta, \quad (19a)$$

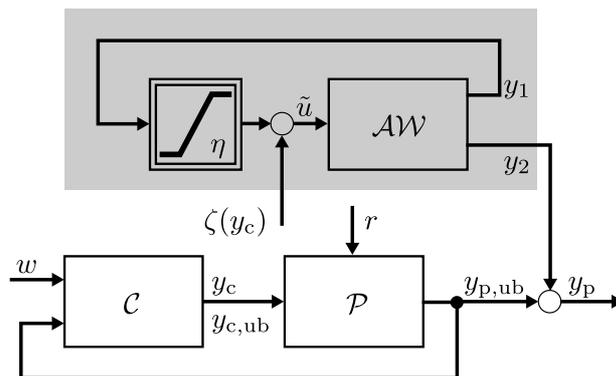
$$y_1 = f_{aw}(\xi_3), \quad (19b)$$

$$y_2 = \mathbf{c}_p^T \xi_3, \quad (19c)$$

das in Bild 6 grau hinterlegt ist. Garantiert ein geeigneter Entwurf der Zustandsrückführung  $y_1 = f_{aw}(\xi_3)$  Stabilität für (19) unter der Störung  $\zeta$ , dann garantiert er Stabilität für (17) und somit für (13) [8, Lemma 1]. Für die Störung



**Bild 5** Der Sektor  $[0, 1]$  ist hellgrau dargestellt. Die zeitvariante Sättigungsfunktion  $\psi(y_1, t) = \text{sat}_m(\kappa(t) + y_1) - \kappa(t)$  mit  $-\delta \leq \kappa(t) = \text{sat}_\delta(y_c(t)) \leq \delta$  liegt im weiß schraffierten Bereich.



**Bild 6** Äquivalente Darstellung des Mismatch-Systems aus Bild 4.

$\zeta$  gilt die in [8] verwendete, aber aus Platzgründen nicht bewiesene Abschätzung

$$|\zeta| \leq 2 |\text{sat}_\delta(y_c) - y_c|. \quad (20)$$

Ein ausführlicher Beweis ist im Anhang A.1 zu finden.

Eine naheliegende Wahl für  $y_1$  ist eine lineare Zustandsrückführung, d.h.  $y_1 = -\mathbf{k}_g^T \xi_3$ . Darauf wird im nächsten Abschnitt näher eingegangen.

### 3 Lineare Anti-Windup Strategien

Für den Entwurf einer linearen Zustandsrückführung  $y_1 = -\mathbf{k}_g^T \xi_3$ , die (19) global stabilisiert, existieren unterschiedliche Ansätze [11; 25; 28; 31]. Als Gütekriterium für den Entwurf wird häufig die  $L_2$ -Verstärkung des Systems (19) vom Eingang  $\zeta$  zum Ausgang  $y_2$  gewählt, die wie folgt definiert ist.

**Definition 1.** Das System (19) mit  $\xi_3(0) = \mathbf{0}$  hat eine endliche  $L_2$ -Verstärkung kleiner gleich  $\gamma$ , wenn

$$\sup_{0 < \|\zeta\|_{L_2} < \infty} \frac{\|y_2\|_{L_2}}{\|\zeta\|_{L_2}} \leq \gamma. \quad (21)$$

Diese Wahl harmoniert mit den AW-Zielen, denn je kleiner  $\gamma$  ist, desto weniger stark wirkt  $\zeta$  auf den Ausgang  $y_2$ . Das wiederum bewirkt eine Annäherung der Dynamik des Anti-Windup Regelkreises an das optimale Führungs- und Störverhalten des unbeschränkten Regelkreises, da  $y_p = y_{p,ub} + y_2$ . Angelehnt an [28] lässt sich folgender Satz beweisen.

**Satz 1.** Wenn eine positiv definite Matrix  $\mathbf{Q}_g \in \mathbb{S}^{n_p}$ , ein Vektor  $\mathbf{k}_g \in \mathbb{R}^{n_p}$  und positive Skalare  $\rho, \gamma$  existieren, sodass die Matrixungleichung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_g \mathbf{A}_p^T & \mathbf{b}_p \rho - \mathbf{Q}_g \mathbf{k}_g & \mathbf{b}_p & \mathbf{Q}_g \mathbf{c}_p \\ \rho \mathbf{b}_p^T - \mathbf{k}_g^T \mathbf{Q}_g & -2\rho & 0 & 0 \\ \mathbf{b}_p^T & 0 & -\gamma & 0 \\ \mathbf{c}_p^T \mathbf{Q}_g & 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (22)$$

erfüllt ist, dann stabilisiert die lineare Zustandsrückführung  $y_1 = -\mathbf{k}_g^T \xi_3$  das System (19) global. Des Weiteren ist für  $\xi_3(0) = \mathbf{0}$  die  $L_2$ -Verstärkung des Systems (19) vom Eingang  $\zeta$  zum Ausgang  $y_2$  kleiner als  $\gamma$ .

**Beweis.** Als Ljapunov-Funktion wird  $V(\xi_3) = \xi_3^T \mathbf{R}_g \xi_3$  mit  $\mathbf{R}_g > \mathbf{0}$  gewählt. Der Ansatz

$$\dot{V}(\xi_3) < \gamma^2 \zeta^T \zeta - y_2^T y_2 \quad (23)$$

garantiert für  $\zeta = 0$  ein global stabiles System, da dann  $\dot{V}(\xi_3) < -y_2^T y_2 \leq 0$  für alle  $\xi_3 \in \mathbb{R}^{n_p}$  ist. Für energiebeschränkte Störungen, d.h.  $\|\zeta\|_{L_2} < \infty$ , führt die Integration von (23) nach der Zeit im Intervall  $[0, T_e]$  zu

$$V(\xi_3(T_e)) - V(\xi_3(0)) < \gamma^2 \int_0^{T_e} \zeta^T \zeta dt - \int_0^{T_e} y_2^T y_2 dt$$

und aufgrund  $\xi_3(0) = \mathbf{0}$  folgt mit  $V(\xi_3(0)) = 0$

$$\int_0^{T_e} \gamma_2^\top \gamma_2 dt < \gamma^2 \int_0^{T_e} \zeta^\top \zeta dt - V(T_e).$$

Für  $T_e \rightarrow \infty$  ergibt sich  $\|\gamma_2\|_{L_2} < \gamma \|\zeta\|_{L_2}$ , da  $V(T_e) \geq 0$ .

Mit  $\dot{V}(\xi_3) = \xi_3^\top \mathbf{R}_g \xi_3 + \xi_3^\top \mathbf{R}_g \dot{\xi}_3$  und Einsetzen der Systemdynamik (19) ergibt sich aus (23) mit der Abkürzung  $\hat{u} = \text{sat}_\eta(-\mathbf{k}_g^\top \xi_3)$

$$\begin{aligned} \xi_3^\top (\mathbf{A}_p^\top \mathbf{R}_g + \mathbf{R}_g \mathbf{A}_p + \mathbf{c}_p \mathbf{c}_p^\top) \xi_3 + \dots \\ \dots + 2\xi_3^\top \mathbf{R}_g \mathbf{b}_p \hat{u} + 2\xi_3^\top \mathbf{R}_g \mathbf{b}_p \zeta - \gamma^2 \zeta^\top \zeta < 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Die Sättigungsfunktion  $\hat{u}$  erfüllt die Sektorbedingung

$$\hat{u} \, 2\vartheta (-\mathbf{k}_g^\top \xi_3 - \hat{u}) \geq 0 \quad \text{für alle } \vartheta > 0. \quad (25)$$

Folglich gilt (24), wenn

$$\begin{aligned} \xi_3^\top (\mathbf{A}_p^\top \mathbf{R}_g + \mathbf{R}_g \mathbf{A}_p + \mathbf{c}_p \mathbf{c}_p^\top) \xi_3 + 2\xi_3^\top \mathbf{R}_g \mathbf{b}_p \hat{u} + \dots \\ \dots + 2\xi_3^\top \mathbf{R}_g \mathbf{b}_p \zeta - \gamma^2 \zeta^\top \zeta + \hat{u} \, 2\vartheta (-\mathbf{k}_g^\top \xi_3 - \hat{u}) < 0. \end{aligned}$$

Mit dem Vektor  $\phi^\top = [\xi_3^\top \, \hat{u} \, \zeta]$  ergibt sich<sup>1</sup>

$$\phi^\top \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p^\top \mathbf{R}_g + \mathbf{R}_g \mathbf{A}_p + \mathbf{c}_p \mathbf{c}_p^\top & * & * \\ \mathbf{b}_p^\top \mathbf{R}_g - \vartheta \mathbf{k}_g^\top & -2\vartheta & * \\ \mathbf{b}_p^\top \mathbf{R}_g & 0 & -\gamma^2 \end{bmatrix} \phi < 0. \quad (26)$$

Eine Umformung mit Lemma 3 in Anhang A.3 liefert

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p^\top \mathbf{R}_g + \mathbf{R}_g \mathbf{A}_p & * & * & * \\ \mathbf{b}_p^\top \mathbf{R}_g - \vartheta \mathbf{k}_g^\top & -2\vartheta & * & * \\ \mathbf{b}_p^\top \mathbf{R}_g & 0 & -\gamma^2 & * \\ \mathbf{c}_p^\top & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} < \mathbf{0}. \quad (27)$$

Um (22) zu erhalten ist eine Kongruenztransformation  $\mathbf{M}_1 = \mathbf{L}_1^\top \mathbf{M} \mathbf{L}_1$  mit  $\mathbf{L}_1 = \gamma^{-1/2} \text{diag}(\mathbf{I}, 1, 1, \gamma)$  nötig. Die entstehenden Produkte in  $\mathbf{M}_1$  werden wie folgt substituiert:  $\mathbf{Q}_g^{-1} = \gamma^{-1} \mathbf{R}_g$  und  $\rho = \gamma^{-1} \vartheta$ . Abschließend folgt noch eine Kongruenztransformation  $\mathbf{M}_2 = \mathbf{L}_2^\top \mathbf{M}_1 \mathbf{L}_2$  mit  $\mathbf{L}_2 = \text{diag}(\mathbf{Q}_g, \rho, 1, 1)$ .  $\square$

Mittels der Substitution  $\mathbf{z}_g = \mathbf{Q}_g \mathbf{k}_g$  in (22) ergibt sich für den Entwurf das konvexe

### Optimierungsproblem 1.

Minimiere  $\gamma$   
 $\mathbf{Q}_g, \mathbf{z}_g, \rho, \gamma$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{Q}_g > \mathbf{0}, \rho > 0, \gamma > 0,$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_g \mathbf{A}_p^\top & \mathbf{b}_p \rho - \mathbf{z}_g & \mathbf{b}_p & \mathbf{Q}_g \mathbf{c}_p^\top \\ \rho \mathbf{b}_p^\top - \mathbf{z}_g^\top & -2\rho & 0 & 0 \\ \mathbf{b}_p^\top & 0 & -\gamma & 0 \\ \mathbf{c}_p^\top \mathbf{Q}_g & 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} < \mathbf{0}.$$

Aus numerischen Gründen kann es sinnvoll sein, den Betrag der Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}_p - \mathbf{b}_p \mathbf{k}_g^\top$  durch die in [6] gegebene Nebenbedingung zu begrenzen.

<sup>1</sup>Das Symbol \* bezeichnet den Term, der benötigt wird, um eine symmetrische Matrix zu erhalten.

Wie eingangs erwähnt, steht der strukturellen Einfachheit einer linearen Zustandsrückführung und dem geringen Entwurfsaufwand eine mäßige Regelgüte gegenüber. In dieser Arbeit wird deshalb die in [17] zur schnellen Regelung von linearen Systemen mit Stellgrößenbeschränkungen entwickelte implizite WSVR erstmalig in einer Anti-Windup-Maßnahme genutzt.

## 4 Die vereinfachte implizite WSVR

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen der vereinfachten impliziten WSVR aus [17] kurz vorgestellt.

### 4.1 Grundlagen und Regelgesetz

Für das in Steuerungsnormalform vorliegende System

$$\dot{\xi}_3 = \mathbf{A}_p \xi_3 + \mathbf{b}_p \text{sat}_\eta(\gamma_1) \quad (29)$$

mit dem Zustand  $\xi_3 \in \mathbb{R}^n$  und dem Eingang  $\text{sat}_\eta(\gamma_1) \in \mathbb{R}$  wird folgendes Regelgesetz gewählt

$$\gamma_1 = -\mathbf{k}^\top(\nu) \xi_3, \quad (30a)$$

$$\mathbf{k}(\nu) = \mathbf{D}^{-1}(\nu) \hat{\mathbf{a}}_* - \mathbf{a}, \quad (30b)$$

$$\mathbf{D}(\nu) = \text{diag}(\nu^{n_p}, \dots, \nu^2, \nu), \quad (30c)$$

wobei  $\hat{\mathbf{a}}_*$  ein beim Entwurf zu bestimmender Vektor und  $\nu \in (0, 1]$  der während des Ausregelverlaufes zu berechnende Selektionsparameter ist. Letzterer ist implizit über das Auswahlgesetz

$$g(\nu, \xi_3) = 0 \quad (31)$$

definiert mit  $g(\nu, \xi_3) = \xi_3^\top \mathbf{R}(\nu) \xi_3 - 1$  und  $\mathbf{R}(\nu) = \mathbf{D}^{-1}(\nu) \mathbf{R}_1 \mathbf{D}^{-1}(\nu)$  sowie einer positiv definiten Matrix  $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{S}^{n_p}$ . Auf diese Weise beschreibt die Menge

$$\mathcal{G}(\nu) = \{\xi_3 \in \mathbb{R}^{n_p} : g(\nu, \xi_3) < 0\} \quad (32)$$

für alle  $\nu \in (0, 1]$  ellipsoide Bereiche im Zustandsraum.

Das Regelgesetz lässt sich wie folgt plausibilisieren: Je näher der Zustand  $\xi_3$  dem Ursprung kommt, desto kleiner wird  $\nu$ . Das wiederum führt zu größeren Reglerverstärkungen  $\mathbf{k}(\nu)$  und somit zu einem besseren dynamischen Verhalten. Bezüglich der Stabilität gilt

**Satz 2 (vgl. Satz 1, Satz 4 in [17]).** *Betrachtet wird (29) mit der Zustandsrückführung (30) und der Selektionsstrategie (31). Wenn eine positiv definite Matrix  $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{S}^{n_p}$  und Vektoren  $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}_* \in \mathbb{R}^{n_p}$  existieren, sodass für  $\mathbf{N} = \text{diag}(-n_p, \dots, -1)$  und alle  $\nu \in (0, 1]$  gilt*

$$\mathbf{N} \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1 \mathbf{N} < \mathbf{0}, \quad (33a)$$

$$\begin{bmatrix} \eta^2 & \hat{\mathbf{a}}^\top - \mathbf{a}^\top \mathbf{D}(\nu) \\ \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{D}(\nu) \mathbf{a} & \mathbf{R}_1 \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad (33b)$$

$$[\mathbf{A}_0 - \mathbf{b}_p \hat{\mathbf{a}}^\top]^\top \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1 [\mathbf{A}_0 - \mathbf{b}_p \hat{\mathbf{a}}^\top] < \mathbf{0}, \quad (33c)$$

$$[\mathbf{A}_0 - \mathbf{b}_p \hat{\mathbf{a}}_*^\top]^\top \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1 [\mathbf{A}_0 - \mathbf{b}_p \hat{\mathbf{a}}_*^\top] < \mathbf{0}, \quad (33d)$$

wobei  $A_0 = A_p + b_p a^T$ , dann

- (a) hat die Selektionsstrategie (31) eine eindeutige Lösung auf dem Intervall  $(0, 1]$  für alle  $\xi_3 \in \mathcal{G}(1) = \{\xi_3 \in \mathbb{R}^{n_p} : \xi_3^T R_1 \xi_3 < 1\} \setminus \{0\}$  und ist stetig erweiterbar in  $\xi_3 = 0$ ,
- (b) ist die Ruhelage  $\xi_3 = 0$  des geschlossenen Regelkreises asymptotisch stabil,
- (c) ist durch Gl. (31) in  $\mathcal{G}(1) \setminus \{0\}$  eine Funktion  $v(\xi_3)$  implizit definiert, die in  $\xi_3 = 0$  durch  $v(0) = 0$  stetig erweiterbar ist. Diese erweiterte Funktion ist eine Lyapunov-Funktion des geschlossenen Regelkreises,
- (d) ist  $\mathcal{G}(1)$  ein Einzugsgebiet der Ruhelage  $\xi_3 = 0$ .

*Beweis.* Die Punkte (a) bis (c) folgen direkt aus Satz 1 bzw. Satz 4 in [17]. Punkt (d) folgt aus Satz 5 in [2].  $\square$

*Anmerkung 1.* In [3; 20] wird gezeigt, dass die Eigenwerte der Matrix  $A_p - b_p k^T(v)$  mit sinkendem  $v$  in der komplexen Ebene auf Strahlen nach links verschoben werden. Das führt zu einer schnellen Ausregelung.

*Anmerkung 2.* Aus numerischen Gründen ist es im Hinblick auf eine praktische Implementierung der Regelung sinnvoll, einen Minimalwert  $v_{\min} > 0$  für den Selektionsparameter  $v$  festzulegen, z. B.  $v_{\min} = 0,01$  [3; 20]. Nachfolgend wird deshalb  $v \in [v_{\min}, 1]$  angenommen. Für  $v < v_{\min}$  wird dann  $k(v) = k(v_{\min})$  gewählt.

#### 4.2 LMI-Entwurf

Wie in [17] lassen sich die Bedingungen (33) aus Satz 2 mittels der Substitutionen

$$Q = R_1^{-1}, \quad z = R_1^{-1} \hat{a}, \quad z_* = R_1^{-1} \hat{a}_* \quad (34)$$

für den Reglerentwurf als lineare Matrixungleichungen formulieren. Es muss dann für alle  $v \in [v_{\min}, 1]$  gelten

$$Q > 0, \quad (35a)$$

$$QN + NQ < 0, \quad (35b)$$

$$P(v) = \begin{bmatrix} \eta^2 & z^T - a^T D(v) Q \\ z - Q D(v) a & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad (35c)$$

$$QA_0^T + A_0 Q - z b^T - b z^T < 0, \quad (35d)$$

$$QA_0^T + A_0 Q - z_* b^T - b z_*^T < 0. \quad (35e)$$

Die Matrix  $P(v)$  in der Ungl. (35c) ist aufgrund von  $D(v)$  gemäß folgender Definition ein Matrixpolynom.

**Definition 2.** Eine Matrix  $P(v)$ , deren Elemente  $p_{ij}(v)$  Polynome in  $v$  sind, heißt Matrixpolynom.

Beim Entwurf müssen die Matrix  $Q$  und der Vektor  $z$  so gewählt werden, dass die positive Semidefinitheit von  $P(v)$  für alle  $v \in [v_{\min}, 1]$  garantiert ist. Im Allgemeinen ist das ein schwieriges Problem. Beschränkt man sich allerdings auf SOS-Matrixpolynome<sup>2</sup>  $P(v)$ , so kann die Wahl von  $Q$  und  $z$  mittels der Sum-of-Squares-Zerlegung sehr recheneffizient durchgeführt werden [5; 24].

<sup>2</sup> In [17] wird eine alternative Vorgehensweise gewählt.

SOS-Matrixpolynome sind wie folgt definiert.

**Definition 3 (SOS-Matrixpolynom).** Die Menge der SOS-Matrixpolynome  $\Sigma^r[v]$  der Dimension  $r$  ist die Menge aller Matrixpolynome  $P(v) \in \mathbb{S}^r$ , die sich mit den Matrixpolynomen  $P_i(v) \in \mathbb{R}^{r \times r}$  als

$$P(v) = \sum_i P_i^T(v) P_i(v)$$

darstellen lassen.

Alle SOS-Matrixpolynome sind positiv semidefinit für alle  $v \in \mathbb{R}$ . Wenn sich zeigen lässt, dass ein Matrixpolynom zur Menge  $\Sigma^r[v]$  gehört, dann ist dessen positive Semidefinitheit gezeigt, d. h.

$$P(v) \in \Sigma^r[v] \Rightarrow P(v) \geq 0 \quad \forall v \in \mathbb{R}.$$

Um die positive Semidefinitheit eines Matrixpolynoms in einem Intervall zu testen, verwendet man

**Lemma 1 (S-Prozedur, [16]).** Gegeben sei ein Matrixpolynom  $P(v) \in \mathbb{S}^r$  und ein Polynom  $q(v) = c_{q,n} v^n + \dots + c_{q,1} v + c_{q,0}$ . Wenn dann ein SOS-Matrixpolynom  $T(v) \in \Sigma^r[v]$  existiert, sodass

$$P(v) - T(v)q(v) \in \Sigma^r[v] \quad (36)$$

ist, dann gilt  $P(v) \geq 0 \quad \forall v \in \mathcal{H} = \{v \in \mathbb{R} : q(v) \geq 0\}$ .

Eine sinnvolle Wahl für das Intervall  $[v_{\min}, 1]$  ist das Polynom  $q(v) = -(v - v_{\min})(v - 1)$  und  $T(v) = \text{diag}(t(v), 0)$  mit einem Hilfspolynom  $t(v) \in \Sigma[v]$ .

Die Wahl von  $T(v)$  lässt sich wie folgt plausibilisieren: Mithilfe des Schurkomplements im Anhang A.3 und der Abkürzung  $\chi(v) = z^T - a^T D(v) Q$  kann gezeigt werden, dass folgende Bedingungen äquivalent sind

$$P(v) = \begin{bmatrix} \eta^2 & z^T - a^T D(v) Q \\ z - Q D(v) a & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad (37)$$

$$\eta^2 - \chi(v) Q^{-1} \chi^T(v) \geq 0. \quad (38)$$

Es reicht somit aus die Nichtnegativität des Polynoms (38) für  $v \in [v_{\min}, 1]$  sicherzustellen. Nach Lemma 1 führt das zu der Forderung  $\eta^2 - \chi(v) Q^{-1} \chi^T(v) - t(v)q(v) \geq 0$  mit  $t(v) \geq 0$  für alle  $v \in \mathbb{R}$ .

Eine erneute Anwendung des Schurkomplementes liefert

$$\hat{P}(v) = \begin{bmatrix} \eta^2 - t(v)q(v) & z^T - a^T D(v) Q \\ z - Q D(v) a & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (39)$$

mit  $t(v) \geq 0$ . Ersetzen von  $t(v)$  durch ein SOS-Polynom und die Forderung  $\hat{P}(v) \in \Sigma^{n_p+1}[v]$  führen zu SOS-Entwurfsbedingungen, welche mittels der frei erhältlichen MATLAB-Toolbox YALMIP [22] automatisiert in LMI-Bedingungen umgewandelt werden können.

Möchte man den Vektor  $\hat{\mathbf{a}}_*$  vorgeben und ausschließ-  
lich  $\mathbf{R}_1$  entwerfen, ergeben sich nach der Rücksubstitution  
 $\mathbf{z}_* = \mathbf{R}_1^{-1}\hat{\mathbf{a}}_*$  aus (35) die Bedingungen

$$\mathbf{Q} \succ \mathbf{0}, \quad (40a)$$

$$\mathbf{QN} + \mathbf{NQ} \prec \mathbf{0}, \quad (40b)$$

$$\mathbf{QA}_0^T + \mathbf{A}_0\mathbf{Q} - \mathbf{zb}^T - \mathbf{bz}^T \prec \mathbf{0}, \quad (40c)$$

$$\mathbf{QA}_0^T + \mathbf{A}_0\mathbf{Q} - \mathbf{Q}\hat{\mathbf{a}}_*\mathbf{b}^T - \mathbf{b}\hat{\mathbf{a}}_*^T\mathbf{Q} \prec \mathbf{0}, \quad (40d)$$

$$\begin{bmatrix} \eta^2 - t(\nu)q(\nu) & \mathbf{z}^T - \mathbf{a}^T\mathbf{D}(\nu)\mathbf{Q} \\ \mathbf{z} - \mathbf{QD}(\nu)\mathbf{a} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \in \Sigma^{n_p+1}[\nu], \quad (40e)$$

$$t(\nu) \in \Sigma[\nu], \quad (40f)$$

mit  $q(\nu) = -(\nu - \nu_{\min})(\nu - 1)$ . Der Grad des Hilfspolynoms  
 $t(\nu)$  kann frei gewählt werden.

## 5 Ein implizites weich strukturvariables AW

Durch Kombination der linearen Zustandsrückführung  
aus Abschnitt 3 und der impliziten WSVR aus Abschnitt 4  
ergibt sich das neue implizite weich strukturvariable  
Anti-Windup (engl. implicit soft variable-structure anti-  
windup, ISOVAW).

### 5.1 Struktur des Anti-Windup und Stabilität

Wie in Abschnitt 2.2 erläutert, lässt sich der Entwurf des  
Anti-Windup (7) zurückführen auf den Entwurf einer  
Zustandsrückführung  $y_1 = f_{\text{aw}}(\xi_3)$ , die das virtuelle Sys-  
tem (19) stabilisiert.

Die lineare Zustandsrückführung  $y_1 = -\mathbf{k}_g^T \xi_3$  löst die-  
ses Problem, weist aber nur eine mäßige Regelgüte in der  
Nähe des Ursprungs auf, da die Stellgröße nicht optimal  
ausgenutzt wird. Das Aktivieren von aggressiveren Reg-  
lern in einer Umgebung des Ursprungs schafft Abhilfe.

Konkret wird die ellipsoide Umgebung

$$\mathcal{G}(1) = \{\xi_3 \in \mathbb{R}^{n_p} : \xi_3^T \mathbf{R}_1 \xi_3 < 1\} \quad (41)$$

mit  $\mathbf{R}_1 \succ \mathbf{0}$  betrachtet und die Zustandsrückführung  $y_1 =$   
 $f_{\text{aw}}(\xi_3)$  für das System (19) wie folgt gewählt:

$$f_{\text{aw}}(\xi_3) = \begin{cases} -\mathbf{k}_g^T \xi_3, & \xi_3 \notin \mathcal{G}(1) \\ -\mathbf{k}^T(\nu) \xi_3, & \xi_3 \in \mathcal{G}(1) \end{cases}. \quad (42)$$

Dabei ist innerhalb des Gebietes  $\mathcal{G}(1)$  die weich struktur-  
variable Rückführung

$$\mathbf{k}(\nu) = \mathbf{D}^{-1}(\nu)(\mathbf{k}_g + \mathbf{a}) - \mathbf{a} \quad (43)$$

aktiv, mit  $\mathbf{D}(\nu)$  gemäß (30c). Der Selektionsparameter  $\nu$   
wird mittels der Auswahlstrategie (31) bestimmt.

Um ein Schalten beim Eintritt in  $\mathcal{G}(1)$  und damit un-  
stetige Stellgrößenverläufe zu vermeiden, ist  $\mathbf{k}(1) = \mathbf{k}_g$ .  
Damit entspricht (43) der Rückführung (30b) mit  
 $\hat{\mathbf{a}}_* = \mathbf{k}_g + \mathbf{a}$ .

Für die Stabilität des Systems (19) gilt

**Satz 3.** Das System (19) ist für  $\zeta = 0$  mit dem Regelge-  
setz (42) und der Auswahlstrategie (31) global asymptotisch

stabil, wenn ein Vektor  $\mathbf{k}_g$  und eine Matrix  $\mathbf{R}_1 = \mathbf{Q}^{-1}$  exis-  
tieren, die (22) und (40) erfüllen.

*Beweis.* In  $\mathcal{G}(1)$  ist die weiche strukturvariable Zustands-  
rückführung  $y_1 = -\mathbf{k}^T(\nu)\xi_3$  mit  $\mathbf{k}(\nu)$  gemäß (43) aktiv.  
Da die Bedingungen (40) erfüllt sind, ist das beschränkte  
Gebiet  $\mathcal{G}(1)$  nach Satz 2 ein Einzugsgebiet der Ruhelage  
 $\xi_3 = \mathbf{0}$  des Regelkreises. Außerhalb von  $\mathcal{G}(1)$  ist der li-  
neare Regler  $y_1 = -\mathbf{k}_g^T \xi_3$  aktiv, der Bedingung (22) genügt  
und deshalb globale Stabilität garantiert. Somit ist  $\mathcal{G}(1)$   
global attraktiv und alle Trajektorien, die außerhalb von  
 $\mathcal{G}(1)$  starten, streben nach  $\mathcal{G}(1)$ .  $\square$

*Anmerkung 3.* Aufgrund der Überlegungen in Ab-  
schnitt 2.1 gilt  $\xi_3 = \mathbf{x}_{\text{aw}}$  und somit ist der Ausgang  
 $y_1 = f_{\text{aw}}(\mathbf{x}_{\text{aw}})$  des AW (7) durch (42) festgelegt.

### 5.2 Entwurf

Der Entwurf des ISOVAW (42) reduziert sich auf die  
Wahl der Matrix  $\mathbf{R}_1$  und des Vektors  $\mathbf{k}_g$ . Es empfiehlt  
sich ein Vorgehen in zwei Schritten:

**Schritt 1:** Entwurf einer global stabilisierenden Zustands-  
rückführung  $\mathbf{k}_g$  für das System (19) gemäß Satz 1 durch  
Lösen des konvexen Optimierungsproblems 1.

**Schritt 2:** Wahl der Matrix  $\mathbf{R}_1 = \mathbf{Q}^{-1}$ , sodass die Be-  
dingungen (40) für  $\hat{\mathbf{a}}_* = \mathbf{k}_g + \mathbf{a}$  erfüllt sind. Zusätzlich  
empfiehlt es sich,  $\mathbf{R}_1$  so zu wählen, dass die Hyperellipse  
 $\mathcal{G}(1)$  möglichst groß ist, damit aggressivere Regler zu ei-  
nem früheren Zeitpunkt aktiv werden.

Ein sinnvolles Maß für die Größe einer Hyperellipse ist  
das Volumen. In [19, Anhang B.2] wird gezeigt, dass  
die Maximierung des Volumens von  $\mathcal{G}(1)$  auf die Mi-  
nimierung der konvexen Funktion  $-(\det \mathbf{Q})^{1/(2n_p)}$  mit  
 $\mathbf{Q} = \mathbf{R}_1^{-1} \succ \mathbf{0}$  zurückgeführt werden kann. Mit diesem Gü-  
tekriterium ergibt sich das konvexe

#### Optimierungsproblem 2.

$$\underset{\mathbf{Q}, \mathbf{z}_h, t(\nu)}{\text{Minimiere}} \quad -(\det \mathbf{Q})^{1/(2n_p)}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mathbf{Q} \succ \mathbf{0},$$

$$\mathbf{QN} + \mathbf{NQ} \prec \mathbf{0},$$

$$\mathbf{QA}_p^T + \mathbf{A}_p\mathbf{Q} - \mathbf{Q}\mathbf{k}_g\mathbf{b}_p^T - \mathbf{b}_p\mathbf{k}_g^T\mathbf{Q} \prec \mathbf{0},$$

$$\mathbf{QA}_0^T + \mathbf{A}_0\mathbf{Q} - \mathbf{z}_h\mathbf{b}_p^T - \mathbf{b}_p\mathbf{z}_h^T \prec \mathbf{0},$$

$$t(\nu) \in \Sigma[\nu],$$

$$\begin{bmatrix} \eta^2 - t(\nu)q(\nu) & \mathbf{z}_h^T - \mathbf{a}^T\mathbf{D}(\nu)\mathbf{Q} \\ \mathbf{z}_h - \mathbf{QD}(\nu)\mathbf{a} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \in \Sigma^{n_p+1}[\nu].$$

Dabei ist die Matrix  $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_p + \mathbf{b}_p\mathbf{a}^T$  und das Polynom  
 $q(\nu) = -(\nu - \nu_{\min})(\nu - 1)$ .

*Anmerkung 4.* Der Grad des Hilfspolynoms  $t(\nu)$  ist frei  
wählbar. In den meisten Fällen wird ein Polynom zweiten  
oder vierten Grades ausreichen. Prinzipiell ist zu beach-

**Tabelle 1** Entwurfsaufwand für ein System der Ordnung  $n_p$ , wobei  $\sigma = 2^{-1}n_p(n_p + 1)$ . Dabei bezeichnet  $N$  in [8; 10] die Anzahl der Zustandsrückführungen, zwischen denen interpoliert wird. Für eine hohe Regelgüte ist i. A.  $N > 1$  zu wählen.

Anzahl der ...	ISOVAW	[8; 10]
...AW-Parameter	$\sigma + n_p$	$(N+1)(\sigma + n_p)$
...Entwurfsparameter	0	2
...Optimierungsprobleme	2	$N+1$

ten: Je höher der Grad, desto mehr Koeffizienten sind bei der Lösung des Optimierungsproblems festzulegen, was möglicherweise zu numerischen Problemen führt. Andererseits kann ein zu niedriger Polynomgrad unter Umständen die Lösungsmenge einschränken.

*Anmerkung 5.* Der Entwurf hat das Ziel Abweichungen zwischen dem Streckenzustand  $\mathbf{x}_p(t)$  des Anti-Windup Regelkreises und dem Streckenzustand  $\mathbf{x}_{p,ub}(t)$  des unbeschränkten Regelkreises schnell abzubauen. Derartige Abweichungen entstehen durch sättigende Stellgrößen, die sowohl von großen Störungen  $r$  als auch von großen Sollwerten  $w$  ausgelöst werden können. Mit dem vorgestellten Entwurf lässt sich deshalb sowohl eine Verbesserung des Führungs- als auch des Störverhaltens im Vergleich zu dem beschränkten Regelkreis erreichen.

*Anmerkung 6.* Im Vergleich mit dem existierenden weich strukturvariablen AW [8; 10] hat das ISOVAW eine deutlich schlankere Struktur, da weniger Parameter benötigt werden, wie Tabelle 1 zeigt. Des Weiteren ist der Entwurf an sich einfacher, da keine Entwurfsparameter zu wählen und lediglich zwei konvexe Optimierungsprobleme zu lösen sind.

### 5.3 Berechnung des Selektionsparameters

Um den Reglervektor  $\mathbf{k}(v)$  und somit den Ausgang  $y_1$  bestimmen zu können, muss der Selektionsparameter  $v$  während des Ausregelvorganges für den aktuellen Zustand  $\xi_3$  berechnet werden. Wie in [17] betrachtet man dazu die mit  $v^{2n_p}$  multiplizierte Selektionsstrategie

$$g(v, \xi_3) v^{2n_p} = \xi_3^T \hat{D}(v) \mathbf{R}_1 \hat{D}(v) \xi_3 - v^{2n_p} = 0 \quad (45)$$

mit  $\hat{D}(v) = \text{diag}(1, v, \dots, v^{n_p-1})$ . Das ist ein Polynom in  $v$  mit dem Grad  $2n_p$ . Nach Satz 2 besitzt es für alle  $\xi_3 \in \mathcal{G}(1)$  genau eine Nullstelle im Intervall  $(0, 1]$ , die sich durch ein Bisektionsverfahren einfach finden lässt.

Alternativ zur Bisektion lässt sich der Selektionsparameter  $v$  auch mittels numerischer Integration berechnen [1]. Dazu leitet man die Selektionsstrategie  $g(v, \xi_3) = 0$  nach der Zeit ab. Es ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial v} g(v, \xi_3) \dot{v} + \frac{\partial}{\partial \xi_3} g(v, \xi_3) \dot{\xi}_3 = 0.$$

Nach weiteren Rechenschritten erhält man

$$\dot{v} = - \frac{2\xi_3^T \mathbf{D}^{-1}(v) \mathbf{R}_1 \mathbf{D}^{-1}(v) \dot{\xi}_3 v}{\xi_3^T \mathbf{D}^{-1}(v) (\mathbf{N} \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_1 \mathbf{N}) \mathbf{D}^{-1}(v) \dot{\xi}_3} \quad (46)$$

Damit ist die zeitliche Änderung des Selektionsparameters in  $\mathcal{G}(1)$  bekannt. Mit dem Anfangswert  $v(0) = 0$  lässt sich der zeitliche Verlauf  $v(t)$  bestimmen.

*Anmerkung 7.* Für das Anti-Windup in [8; 10] wurden zwei ähnliche Vorgehensweisen zur Berechnung des Selektionsparameters vorgestellt. Der Aufwand ist aber in beiden Fällen höher, da in jedem Bisektionsschritt vor der Polynomauswertung bzw. bei jeder Berechnung der Ableitung des Selektionsparameters eine  $n_p \times n_p$ -Matrix invertiert werden muss.

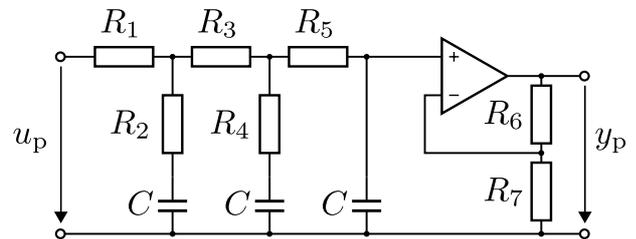
### 6 Beispiel: elektrisches Netzwerk

Es wird das elektrische Netzwerk aus [13] betrachtet, das in Bild 7 dargestellt ist. Die Eingangsspannung  $u_p$  ist durch die Sättigungsfunktion (6) auf  $\pm 1V$  begrenzt. Die Ausgangsspannung  $y_p$  soll geregelt werden.

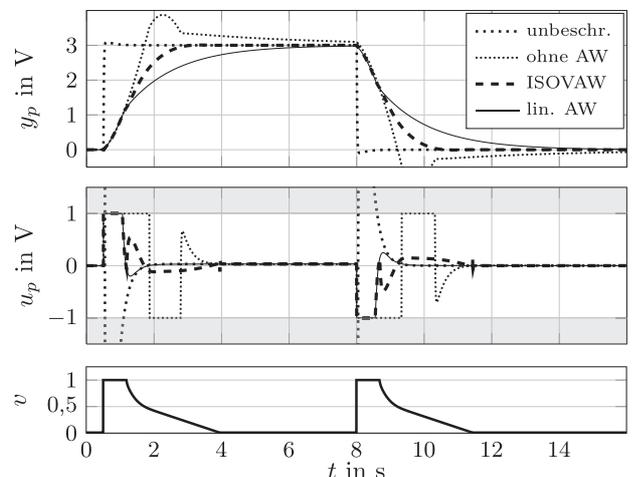
Durch Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze ergibt sich ein Zustandsraummodell des Systems. Eine Transformation in Regelungsnormalform liefert die Matrizen

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,33 & -5,29 & -8,12 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

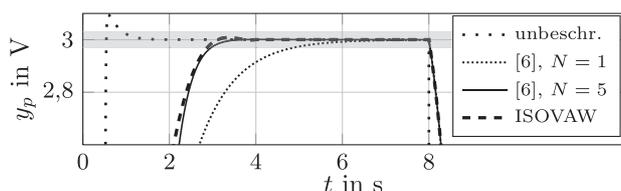
$$\mathbf{c}_p^T = [29,41 \quad 10,88 \quad 1].$$



**Bild 7** Elektrisches Netzwerk. Die Widerstände besitzen die Werte  $R_1 = 313 \Omega, R_2 = 20 \Omega, R_3 = 315 \Omega, R_4 = 17 \Omega, R_5 = 10 \Omega, R_6 = 88,9 \Omega, R_7 = 1 \Omega$ . Die Kapazität hat den Wert  $C = 0.01F$ . Der Operationsverstärker sei ideal.



**Bild 8** Systemantworten auf einen 3 V Sollwertpuls der Dauer 7,5 s (oben) und zugehörige Stellgrößen (Mitte). Zeitlicher Verlauf des Selektionsparameters des ISOVAW (unten).



**Bild 9** Vergleich der weich strukturvariablen AW-Ansätze anhand der Systemantworten auf den 3V Sollwertpuls (1%-Band in grau). Für  $N = 5$  erreicht das AW aus [10] (54 Parameter) die gleiche Regelgüte wie das ISOVAW (9 Parameter).

Gemäß der AW-Methodik wird in [13] zuerst ein PI-Regler für das unbeschränkte System entworfen. Die Übertragungsfunktion lautet

$$y_c(s) = \frac{80(s+0,25)}{s} (w(s) - y_p(s)) \quad (47)$$

und garantiert ein fast optimales Systemverhalten, das in Bild 8 punktiert dargestellt ist. Die Systemantwort des beschränkten Regelkreises ohne AW zeigt ein deutliches Überschwingen und konvergiert nur langsam zum Sollwert. Ein auf Optimierungsproblem 1 basierendes lineares AW mit dem Vektor  $\mathbf{k}_g^T = [52,16 \ 85,08 \ 10,52]$  vermeidet das Überschwingen, allerdings auf Kosten einer hohen Ausregelzeit von 6,77 s (1%-Band).

Ein ISOVAW wird mit der in Abschnitt 5 vorgestellten Methodik entworfen. Für ein Hilfspolynom  $t(\nu)$  vierten Grades ergibt sich als Lösung des Optimierungsproblems 2 mit dem frei verfügbaren Solver SDPT 3 [27]

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 146,044 & 233,323 & 28,684 \\ 233,323 & 390,958 & 56,811 \\ 28,684 & 56,811 & 22,167 \end{bmatrix}.$$

Die Systemantwort ist in Bild 8 strichliert dargestellt. Durch den Einsatz des ISOVAW verkürzt sich die Ausregelzeit im Vergleich zu dem linearen AW um ca. 64%.

Bild 9 zeigt noch einmal die Systemantwort des ISOVAW im Vergleich zu dem weich strukturvariablen Ansatz aus [10]. Es wird deutlich, dass eine größere Anzahl ( $N = 5$ ) an Zustandsrückführungen entworfen werden muss, um die Regelgüte des ISOVAW zu erreichen. Für  $N > 5$  sind nur noch marginale Verbesserungen möglich und das Überschwingen nimmt zu.

## 7 Fazit

Dieser Beitrag stellt ein neues weich strukturvariables AW vor, das auf der in [17] entwickelten vereinfachten impliziten WSVR basiert. Die Hauptvorteile gegenüber dem existierenden weich strukturvariablen AW-Ansatz [10] sind die schlankere Struktur (d.h. weniger Parameter), der unkomplizierte Entwurf und die einfach zu implementierende Regelstrategie bei vergleichbarer Regelgüte. Diese Punkte sind vor allem im Hinblick auf die Praxistauglichkeit wichtig. Verglichen mit linearen AW-Methoden wird eine deutlich bessere Regelgüte erzielt, was anhand eines Beispiels demonstriert wird.

## A Anhang

### A.1 Abschätzung des Betrages von $\zeta$

Es wird (20) gezeigt. Offensichtlich gilt

$$|\zeta| = |\beta - y_c + \text{sat}_\delta(y_c)| \leq |\beta| + |\text{sat}_\delta(y_c) - y_c|. \quad (48)$$

Damit (20) erfüllt ist, muss gelten  $|\beta| \leq |\text{sat}_\delta(y_c) - y_c|$ . Einsetzen von  $\beta$  führt zu

$$|\text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(\text{sat}_\delta(y_c) + y_1)| \leq \dots \dots |\text{sat}_\delta(y_c) - y_c| \quad (49)$$

Ungleichung (49) muss für die drei Fälle  $-\delta \leq y_c \leq \delta$ ,  $0 < \delta < y_c$ ,  $y_c < -\delta < 0$  überprüft werden. Dazu wird folgendes Ergebnis, das in A.2 bewiesen wird, benötigt.

**Lemma 2.** Gegeben sei die entlang der Ursprungsgerechten mit Steigung eins verschobene Sättigungsfunktion  $y \mapsto \text{sat}_m(y + c) - c$ , die wie folgt definiert ist

$$\text{sat}_m(y + c) - c = \begin{cases} -m - c & y < -m - c \\ y & -m - c \leq y \leq m - c \\ m - c & y > m - c \end{cases}$$

mit Konstanten  $c \in \mathbb{R}$  und  $m \in \mathbb{R}_+$ . Für  $\mu, \nu \in \mathbb{R}$  mit  $\mu > \nu$  gilt

$$\text{sat}_m(y + \mu) - \mu \leq \text{sat}_m(y + \nu) - \nu \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Für die drei Fälle ergibt sich im Einzelnen:

**Fall 1:**  $-\delta \leq y_c \leq \delta$ . Nach Voraussetzung ist  $\text{sat}_\delta(y_c) = y_c$ . Somit wird (49) zu

$$|\text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(y_c + y_1)| \leq |y_c - y_c|. \quad (50)$$

Das ist immer erfüllt.

**Fall 2:**  $0 < \delta < y_c$ . Nach Voraussetzung ist  $0 < \delta < y_c$ . Somit wird (49) zu

$$|\text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(\delta + y_1)| \leq |\delta - y_c| \quad (51)$$

und es gilt  $\delta - y_c < 0$ . Zunächst werden die Beträge aufgelöst. Für den Betrag auf der rechten Seite folgt  $|\delta - y_c| = -(\delta - y_c) = y_c - \delta$ . Nach Voraussetzung gilt  $y_c + y_1 > \delta + y_1$  und somit aufgrund der Monotonie der Sättigungsfunktion  $\text{sat}_m(y_c + y_1) \geq \text{sat}_m(\delta + y_1)$ . Deshalb kann man den linken Betrag durch  $\text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(\delta + y_1)$  ersetzen.

Es resultiert die Ungleichung

$$\begin{aligned} \text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(\delta + y_1) &\leq y_c - \delta \\ \Leftrightarrow \text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c &\leq \text{sat}_m(\delta + y_1) - \delta. \end{aligned}$$

Da  $y_c > \delta$  ist, gilt die letzte Ungleichung nach Lemma 2.

**Fall 3:**  $y_c < -\delta < 0$ . Nach Voraussetzung ist  $y_c < -\delta < 0$  bzw.  $0 < -y_c - \delta$ . Somit vereinfacht sich (49) zu

$$|\text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(-\delta + y_1)| \leq |-\delta - y_c|. \quad (52)$$

Analog zum zweiten Fall werden die Beträge aufgelöst.

Für den rechten Betrag folgt  $|\delta - y_c| = -\delta - y_c$ . Außerdem gilt  $y_c + y_1 < -\delta + y_1$  und unter Ausnutzung der Monotonie der Sättigungsfunktion folgt

$$\text{sat}_m(y_c + y_1) - \text{sat}_m(-\delta + y_1) \leq 0.$$

Mit diesem Ergebnis ergibt sich für den linken Betrag  $\text{sat}_m(-\delta + y_1) - \text{sat}_m(y_c + y_1)$ .

Man erhält für (52) nach Auflösen der Beträge

$$\begin{aligned} \text{sat}_m(-\delta + y_1) - \text{sat}_m(y_c + y_1) &\leq -\delta - y_c \\ \Leftrightarrow \text{sat}_m(-\delta + y_1) + \delta &\leq \text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c. \end{aligned}$$

Substituiert man  $-\delta = \delta^* < 0$  ergibt sich

$$\text{sat}_m(\delta^* + y_1) - \delta^* \leq \text{sat}_m(y_c + y_1) - y_c, \quad (53)$$

was nach Lemma 2 immer erfüllt ist, da  $y_c < \delta^*$ .

## A.2 Beweis des Lemmas 2

*Beweis.* Die Aussage des Lemmas ist äquivalent zu

$$f(y) = \text{sat}_m(y + \mu) - \mu - (\text{sat}_m(y + \nu) - \nu) \leq 0$$

für alle  $y \in \mathbb{R}$ . Es wird deshalb gezeigt, dass  $f(y) \leq 0$  für alle  $y \in \mathbb{R}$  und  $\mu > \nu$ . Die Definition der Funktion  $f(y)$  hängt von  $m, \mu, \nu$  ab und muss für den Fall

$$-m - \nu < m - \mu \quad \Leftrightarrow \quad 0 < 2m - \mu + \nu \quad (54)$$

und den Fall

$$-m - \nu > m - \mu \quad \Leftrightarrow \quad 0 > 2m - \mu + \nu \quad (55)$$

getrennt betrachtet werden. Aufgrund der Forderung  $\mu > \nu$  gilt in beiden Fällen  $-m - \mu < -m - \nu$  bzw.  $m - \mu < m - \nu$ . Für den ersten Fall gemäß (54) ergibt sich  $f(y) = f_1(y)$  und

$$f_1(y) = \begin{cases} -\mu + \nu & y < -m - \mu \\ y + m + \nu & -m - \mu \leq y < -m - \nu \\ 0 & -m - \nu \leq y < m - \mu \\ m - \mu - y & m - \mu \leq y < m - \nu \\ -\mu + \nu & y > m - \nu \end{cases}.$$

Offensichtlich ist diese Funktion immer kleiner gleich null für alle  $y \in \mathbb{R}$  unter der Bedingung  $\mu > \nu$ .

Für den zweiten Fall gemäß (55) ergibt sich

$$f_2(y) = \begin{cases} -\mu + \nu & y < -m - \mu \\ y + m + \nu & -m - \mu \leq y < m - \mu \\ 2m - \mu + \nu & m - \mu \leq y < -m - \nu \\ m - \mu - y & -m - \nu \leq y < m - \nu \\ -\mu + \nu & y > m - \nu \end{cases}.$$

Der Ausdruck  $y + m + \nu$  ist für den Bereich  $-m - \mu \leq y < m - \mu$  kleiner null, da gilt  $y < m - \mu$ , woraus direkt  $y + m + \nu < m + \nu + m - \mu = 2m - \mu + \nu < 0$  folgt.

Der Ausdruck  $m - \mu - y$  ist für den Bereich  $-m - \nu \leq y < m - \nu$  ebenfalls kleiner gleich null, da gilt  $m + \nu \geq -y$ , woraus  $-\mu + m + \nu \geq -y - \mu + m$  folgt und somit  $0 > 2m - \mu + \nu \geq m - \mu - y$  erfüllt ist.  $\square$

## A.3 Schur-Komplement

**Lemma 3 ([4]).** Für Matrizen  $M_1 \in \mathbb{S}^k, M_3 \in \mathbb{S}^n$ , wobei  $M_3 > 0$ , und  $M_2 \in \mathbb{R}^{k \times n}$  gilt

$$\begin{aligned} M_1 - M_2 M_3^{-1} M_2^T > 0 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^T & M_3 \end{bmatrix} > 0, \\ M_1 - M_2 M_3^{-1} M_2^T \geq 0 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2^T & M_3 \end{bmatrix} \geq 0. \end{aligned}$$

## Literatur

- [1] ADAMY, J.: *Strukturvariable Regelungen mittels impliziter Ljapunov-Funktionen*. Dissertation, Universität Dortmund, 1991.
- [2] ADAMY, J.: *Implicit Lyapunov functions and isochrones of linear systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 50(6):874–879, 2005.
- [3] ADAMY, J. und A. FLEMMING: *Soft variable-structure controls: a survey*. Automatica, 40(11):1821–1844, 2004.
- [4] BOYD, S. und L. VANDENBERGHE: *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [5] CHESI, G.: *LMI techniques for optimization over polynomials in control: a survey*. IEEE Transactions on Automatic Control, 55(11):2500–2510, 2010.
- [6] CHILALI, M. und P. GAHINET: *H<sub>∞</sub> design with pole placement constraints: an LMI approach*. IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3):358–367, 1996.
- [7] DOMONT-YANKULOVA, D.: *Entwurf strukturvariabler Regelungen mittels linearer Matrixungleichungen*. Dissertation, TU Darmstadt, Darmstadt, 2010.
- [8] GALEANI, S., S. ONORI, A. R. TEEL und L. ZACCARIAN: *Nonlinear L<sub>2</sub> anti-windup for enlarged stability regions and regional performance*. In: 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, Pretoria, Südafrika, 2007.
- [9] GALEANI, S., S. ONORI, A. R. TEEL und L. ZACCARIAN: *Regional, semiglobal, global nonlinear anti-windup via switching design*. In: Proc. of the Europ. Contr. Conf., S. 5403–5410, Kos, Griechenland, 2007.
- [10] GALEANI, S., S. ONORI und L. ZACCARIAN: *Nonlinear scheduled control for linear systems subject to saturation with application to anti-windup control*. In: Proc. of the IEEE CDC, New Orleans, LA, USA, 2007.
- [11] GALEANI, S., S. TARBOURIECH, M. C. TURNER und L. ZACCARIAN: *A tutorial on modern anti-windup design*. European Journal of Control, 15(3–4):418–440, 2009.
- [12] GRIMM, G., J. HATFIELD, I. POSTLETHWAITE, A. R. TEEL, M. C. TURNER und L. ZACCARIAN: *Antiwindup for stable linear systems with input saturation: an LMI-based synthesis*. IEEE Transactions on Automatic Control, 48(9):1509–1525, 2003.
- [13] GRIMM, G., I. POSTLETHWAITE, A. R. TEEL, M. C. TURNER und Z. LUCA: *Case studies using linear matrix inequalities for optimal anti-windup synthesis*. European Journal of Control, 9(5):463–473, 2003.
- [14] HIPPE, P.: *Windup in Control*. Springer, 2006.
- [15] HU, T., A. R. TEEL und L. ZACCARIAN: *Anti-windup synthesis for linear control systems with input saturation: achieving regional, nonlinear performance*. Automatica, 44(2):512–519, 2008.
- [16] JARVIS-WLOSZEK, Z. W.: *Lyapunov Based Analysis and Controller Synthesis for Polynomial Systems using Sum-of-Squares Optimization*. Dissertation, University of California, Berkley, 2003.
- [17] JASNIEWICZ, B., J. ADAMY und D. DOMONT-YANKULOVA: *Vereinfachte schnelle Regelung von linearen Systemen mit Stellgrößenbeschränkungen*. at – Automatisierungstechnik, 59(2):84–93, 2011.
- [18] KIENDL, H.: *Suboptimale Regler mit abschnittsweise linearer Struktur*. Springer, 1972.

- [19] LENS, H.: *Schnelle Regelung mit Ausgangsrückführung für Systeme mit Stellgrößenbeschränkungen*. Dissertation, TU Darmstadt, Darmstadt, 2009.
- [20] LENS, H. und J. ADAMY: *Schnelle Regelung von linearen Systemen mit Stellgrößenbeschränkungen*. at – Automatisierungstechnik, 57(2):70–79, 2009.
- [21] LENS, H., J. ADAMY und D. DOMONT-YANKULOVA: *A fast nonlinear control method for linear systems with input saturation*. Automatica, 47(4):857–860, 2011.
- [22] LÖFBERG, J.: *YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB*. In: *Int. Symp. on Comp. Aided Contr. Sys. Design*, S. 284–289, Taipei, Taiwan, 2004.
- [23] MULDER, E. F., M. V. KOTHARE und M. MORARI: *Multivariable anti-windup controller synthesis using linear matrix inequalities*. Automatica, 37(9):1407–1416, 2001.
- [24] PARILLO, P.: *Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization*. Dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, 2000.
- [25] TARBOURIECH, S. und M. C. TURNER: *Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems*. IET Control Theory and Applications, 3(1):1–19, 2009.
- [26] TEEL, A. R. und N. KAPOOR: *The L<sub>2</sub> anti-windup problem: its definition and solution*. In: *Proceedings of the European Control Conference*, Brüssel, Belgien, 1997.
- [27] TOH, K.-C., M. J. TODD und R. H. TUTUNCU: *SDPT3 – A Matlab software package for semidefinite programming*. Optimization Methods and Software, 11(1–4):545–581, 1999.
- [28] TURNER, M. C., G. HERRMANN und I. POSTLETHWAITE: *Anti-windup compensation using a decoupling architecture*. In: TARBOURIECH, S. (Hrsg.): *Advanced Strategies in Control Systems with Input and Output constraints*, S. 121–171. Springer, 2007.
- [29] WESTON, F. und I. POSTLETHWAITE: *Linear conditioning for systems containing saturating actuators*. Automatica, 36(9):1347–1354, 2000.
- [30] ZACCARIAN, L. und A. TEEL: *Nonlinear scheduled anti-windup design for linear systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 49(11):2055–2061, 2004.
- [31] ZACCARIAN, L. und A. R. TEEL: *A common framework for anti-windup, bumpless transfer and reliable designs*. Automatica, 38(10):1735–1744, 2002.

Manuskripteingang: 9. September 2011



**Dipl.-Ing. Andreas Ortseifen** promoviert am Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik der TU Darmstadt im Bereich nichtlineare Regelungen. Hauptarbeitsgebiete: Anti-Windup, Systeme mit Stellgrößenbeschränkungen.

Adresse: Technische Universität Darmstadt, FB Elektrotechnik und Informationstechnik, Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik, Landgraf-Georg-Str. 4, D-64283 Darmstadt, E-Mail: ortseifen@rtr.tu-darmstadt.de



**Prof. Dr.-Ing. Jürgen Adamy** ist Leiter des Fachgebietes Regelungstheorie und Robotik im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der TU Darmstadt. Hauptarbeitsgebiete: Regelungsverfahren, Computational Intelligence, autonome mobile Roboter.

Adresse: Technische Universität Darmstadt, FB Elektrotechnik und Informationstechnik, Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik, Landgraf-Georg-Str. 4, D-64283 Darmstadt, E-Mail: adamy@rtr.tu-darmstadt.de

Verfügbar unter  
lediglich die vom Gesetz vorgesehenen Nutzungsrechte gemäß UrhG