

Entwurf eines Flugreglers für ein vierrotoriges unbemanntes Fluggerät

Control Systems Design for a Quadrotor UAV

Holger Voos, Hochschule Ravensburg-Weingarten

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Lothar Litz zum 60. Geburtstag gewidmet

Zusammenfassung Der Beitrag beschreibt den Entwurf eines nichtlinearen Flugreglers für ein vierrotoriges unbemanntes Fluggerät, einen so genannten Quadrocopter. Die vorgeschlagene Regelung basiert auf einer Kaskadenstruktur mit einer unterlagerten Regelschleife für die Orientierung und einer überlagerten Regelschleife für die Geschwindigkeit. In der inneren Regelschleife wird das Prinzip der Linearisierung durch Zustandsrückkopplung verwendet, sodass das resultierende lineare und entkoppelte System mit einfachen linearen Reglern bei ausreichender Schnelligkeit und Dämpfung geregelt werden kann. In der äußeren Schleife zur Regelung der Geschwindigkeit wird eine Inversion zur Kompensation einer statischen Nichtlinearität durchgeführt, womit das verbleibende lineare System einfach regelbar wird. Der wesentliche Vorteil des gesamten Ansatzes besteht in der vergleichsweise einfachen Realisierbarkeit bei hoher Regelgüte und gleichzeitiger Berücksichtigung des nichtlinearen dynamischen

Flugverhaltens. ▶▶▶ **Summary** This paper describes the design of a nonlinear control system for a small four-rotor aerial robot, a so called quadrotor UAV (unmanned aerial vehicle). Stabilizing control of these vehicles is a difficult task because of the nonlinear dynamic behavior. The proposed control system is based on a decomposition into an inner attitude and an outer velocity control loop. For the attitude control, feedback linearization is applied that transforms the system into a decoupled linear system in state variable format. This resulting system is controlled via a conventional linear controller, leading to a sufficiently fast and damped closed loop dynamics. The outer control loop applies a nonlinear inversion to compensate a static nonlinearity and a linear control system to control the remaining linear dynamics. The advantage of the derived control system besides the excellent performance is the simple structure and the easy implementation.

Schlagwörter Unbemannte Fluggeräte, Quadrocopter, Flugregler, nichtlineare Regelung ▶▶▶

Keywords Unmanned aerial vehicles, quadrotor, flight control, nonlinear control

1 Einleitung

Unbemannte Fluggeräte, so genannte „Unmanned Aerial Vehicles“ (kurz: UAVs) stellen eine besondere Klasse in der mobilen Robotik dar, bei denen sich der Roboter fliegend in der Luft bewegt. Während UAVs derzeit noch insbesondere für militärische Zwecke eingesetzt werden, eröffnen sich weitere kommerzielle Anwendungen in der Sicherheitstechnik, beim Einsatz in Katastrophenszenarien, bei der Überwachung von Pipelines und

Energieversorgungsnetzen oder auch in der Landwirtschaft und Fischerei. Als Fluggeräte kommen hierbei je nach Aufgabenstellung alle möglichen Typen wie Flugzeuge, Hubschrauber, Luftschiffe usw. in unterschiedlichsten Größen zum Einsatz.

Heute bereits eingesetzte UAVs werden im Rahmen eines UAV-Gesamtsystems betrieben, das aus einer Bodenstation mit Bediener, einem drahtlosen Kommunikationssystem und dem eigentlichen Fluggerät besteht.

Der Flugzustand des Fluggerätes selbst wird durch einen Flugregler (Autopilot) stabilisiert, die Vorgabe von Flugrichtung sowie die Durchführung der eigentlichen Mission erfolgt jedoch derzeit komplett ferngesteuert durch den menschlichen Bediener. Aktuelle weltweite Forschungsarbeiten umfassen daher zum einen die Entwicklung noch besserer Regelalgorithmen für die Flugregler der unterschiedlichen UAV-Typen, zum anderen die Integration kognitiver Funktionen in die Fluggeräte zum Erreichen eines höheren Grades an Autonomie der UAVs.

Der vorliegende Beitrag beschreibt den Entwurf eines Flugreglers für ein so genanntes Quadrocopter-UAV. Hierbei handelt es sich um ein UAV mit vier Rotoren, die in einer kreuzförmigen Konfiguration angeordnet sind, siehe Bild 1 für ein Quadrocopter auf einem Teststand. Der Vorteil dieses Quadrocopters liegt in seiner sehr einfachen und damit kostengünstigen Bauweise bei hoher Manövrierfähigkeit, wodurch er insbesondere auch für viele Forschergruppen eine ideale Experimentalplattform darstellt. Allerdings handelt es sich aus Sicht der Regelungstechnik um ein instabiles, nichtlineares System, sodass die genannten Vorteile des Quadrocopters nur bei einer geeigneten Flugregelung wirksam werden. In der Literatur findet sich hierzu bereits ein breites Spektrum an untersuchten Regelungskonzepten. Hierunter findet sich eine Gruppe an Beiträgen, bei denen eine Linearisierung des dynamischen Modells des Quadrocopters vorgenommen wird, sodass anschließend der Flugregler auf der Basis von PID-, optimalen oder H_∞ -Reglern entworfen wird [1;2]. Andere Beiträge berücksichtigen speziell die nichtlineare Dynamik und betrachten die Entwicklung nichtlinearer Flugregler auf der Basis von SDRE-Reglern (SDRE: state-dependent Riccati equations) [3;4], Sliding-Mode Control [5–8] oder sonstigen Ansätzen der nichtlinearen Regelung [9;10]. Der im Rahmen dieses Beitrags vorgestellte Ansatz berücksichtigt ebenfalls die nichtlineare Dynamik des Quadrocopters und basiert auf einer Kaskadenregelung mit einem in-

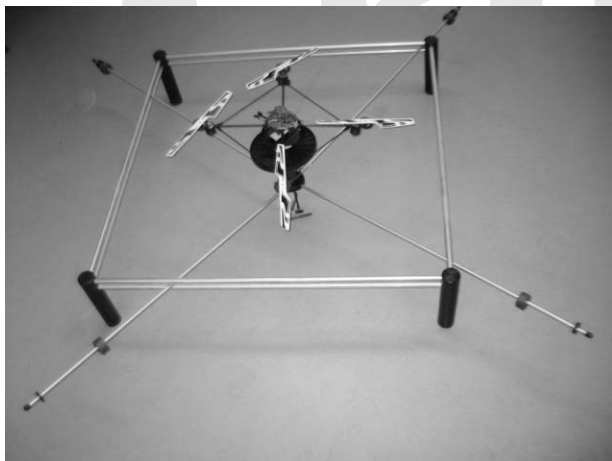


Bild 1 Quadrocopter auf einem Teststand.

neren Regelkreis zur Einregelung einer gewünschten Orientierung und einem äußeren Regelkreis zur Einregelung eines gewünschten Geschwindigkeitsvektors des Quadrocopters. Nach einer kurzen Beschreibung des nichtlinearen Modells der Flugdynamik in Kapitel 2 wird der Entwurf des neuen Regelungskonzeptes in Kapitel 3 diskutiert. Der große Vorteil des vorgestellten Ansatzes liegt insbesondere in seiner einfachen Struktur und Realisierbarkeit bei hoher Regelgüte. Nach Überlegungen zur Stabilität der Regelung schließt der Beitrag mit der Diskussion von Simulationsergebnissen in Kapitel 4.

2 Dynamisches Modell des Quadrocopters

Das generelle dynamische Modell eines Quadrocopter-UAVs wurde bereits in einer Reihe von Veröffentlichungen hergeleitet, siehe etwa [1;3;5] und wird daher an dieser Stelle nicht in allen Details beschrieben. Ausgangspunkt der Modellierung ist der in Bild 2 dargestellte vereinfachte mechanische Aufbau, wobei ein inertiales und ein körperfestes Koordinatensystem angenommen werden. Die Orientierung des Quadrocopters wird durch die drei Eulerwinkel, d.h. Rollwinkel ϕ , Nickwinkel θ und Gierwinkel ψ , beschrieben, die zusammen den Vektor $\boldsymbol{\Omega}^T = (\phi, \theta, \psi)$ bilden. Die Position des Schwerpunkts des Fluggeräts im inertialen Koordinatensystem ist durch den Positionsvektor $\mathbf{r}^T = (x, y, z)$ gegeben. Die Transformation von Vektoren vom körperfesten in das inertielle Koordinatensystem erfolgt durch Anwendung der Rotationsmatrix $\mathbf{R}$, wobei beispielsweise c_θ abkürzend für $\cos \theta$ und s_θ für $\sin \theta$ steht:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (1)$$

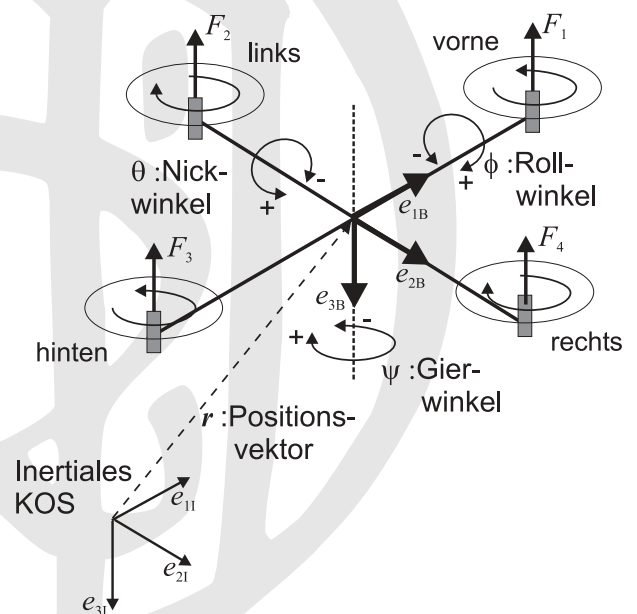


Bild 2 Mechanischer Aufbau eines Quadrocopters mit körperfestem und inertialem Koordinatensystem.

Die von einem einzelnen Rotor $i, i = 1, 2, 3, 4$ generierte Schubkraft beträgt $F_i = b \cdot \omega_i^2$, wobei b der Schubfaktor und ω_i die Winkelgeschwindigkeit des Rotors i ist. Damit kann der Positionsvektor des Quadrocopters durch folgenden Satz von Differenzialgleichungen beschrieben werden:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{g} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \mathbf{R} \cdot b/m \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Mit der Matrix der Massenträgheiten $\mathbf{I}$ im körperfesten Koordinatensystem (diese stellt eine Diagonalmatrix mit den Massenträgheiten I_x, I_y und I_z auf der Hauptdiagonalen dar), der Massenträgheit I_R eines Rotors, dem Vektor $\mathbf{M}$ der äußeren Momente und dem Vektor $\mathbf{M}_G$ der gyrokopischen Momente erhält man einen zweiten Satz von Differenzialgleichungen für die Orientierung bzw. die Eulerwinkel des Quadrocopters:

$$\mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{\Omega}} = -(\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\Omega}}) - \mathbf{M}_G + \mathbf{M} \quad (3)$$

Unter Berücksichtigung des in Bild 2 dargestellten Aufbaus des Quadrocopters und der Drehrichtung der Rotoren ergibt sich der Vektor der äußeren Momente zu

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} Lb(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ Lb(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ d(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Hierbei ist d ein Faktor, der den Luftwiderstand beschreibt und L die Länge des Auslegers zwischen Massenschwerpunkt und den Rotoren. Die gyrokopischen Momente, die durch die Rotationsbewegungen des gesamten Fluggerätes bei gleichzeitig rotierenden Rotoren hervorgerufen werden, lauten

$$\mathbf{M}_G = I_R \left(\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \cdot (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4). \quad (5)$$

Die tatsächlichen Eingangsgrößen des dynamischen Modells des Quadrocopters sind die vier Winkelgeschwindigkeiten ω_i der Rotoren. Zur Vereinfachung der Differenzialgleichungen werden jedoch folgende vier Ersatzgrößen als Eingangsgrößen angenommen:

$$\begin{aligned} u_1 &= b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ u_2 &= b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ u_3 &= b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ u_4 &= d(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) \end{aligned} \quad (6)$$

Auch die gyrokopischen Momente hängen von den Winkelgeschwindigkeiten der Rotoren und mit (6) auch vom Vektor der vier Ersatzeingangsgrößen $\mathbf{u}^T = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ ab, sodass abkürzend geschrieben werden kann:

$$\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 = g(\mathbf{u}) \quad (7)$$

Das nichtlineare Zustandsraummodell für das dynamische Verhalten des Quadrocopters mit dem Vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^9$ der Zustandsgrößen

$$\mathbf{x}^T = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) \quad (8)$$

lässt sich dann durch Auswertung von (2) und (3) in folgender Form erhalten, siehe auch [3; 5; 6]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} -(\cos x_4 \sin x_5 \cos x_6 + \sin x_4 \sin x_6) \cdot \frac{u_1}{m} \\ -(\cos x_4 \sin x_5 \sin x_6 - \sin x_4 \cos x_6) \cdot \frac{u_1}{m} \\ g - (\cos x_4 \cos x_5) \cdot \frac{u_1}{m} \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_8 x_9 I_1 - \frac{I_R}{I_x} x_8 g(\mathbf{u}) + \frac{L}{I_x} \cdot u_2 \\ x_7 x_9 I_2 + \frac{I_R}{I_y} x_7 g(\mathbf{u}) + \frac{L}{I_y} \cdot u_3 \\ x_7 x_8 I_3 + \frac{1}{I_z} \cdot u_4 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Hierbei bedeuten die Abkürzungen: $I_1 = (I_y - I_z)/I_x$, $I_2 = (I_z - I_x)/I_y$ und $I_3 = (I_x - I_y)/I_z$. Es wurde außerdem berücksichtigt, dass die aktuelle Position des Quadrocopters in der im nachfolgenden entwickelten Regelung keine Rolle spielt, sondern lediglich der aktuelle Geschwindigkeitsvektor. Eine genauere Betrachtung von (9) zeigt, dass sich dieses Zustandsraummodell in Teilmodelle untergliedern lässt. So hängen die Ableitungen der Winkelgeschwindigkeiten des Quadrocopters in Form der Differenzialgleichungen 7 bis 9 in (9) nur von den Winkelgeschwindigkeiten selbst und dem Vektor $\mathbf{u}$ der Eingangsgrößen ab. Diese Differenzialgleichungen 7 bis 9 in (9) können daher als ein eigenständiges Teilmodell M_1 aufgefasst werden. Aus den Ausgangsgrößen von M_1 , den Winkelgeschwindigkeiten, werden die Eulerwinkel des Quadrocopters durch reine Integration erhalten. Die drei Eulerwinkel (bzw. Zustandsvariablen x_4, x_5 und x_6) sowie die Variable u_1 sind dann die Eingangsgrößen für ein Teilmodell M_2 , das die Differenzialgleichungen 1 bis 3 in (9) umfasst und die Geschwindigkeiten des Quadrocopters beschreibt. Ein weiterer Integrationsvorgang liefert dann den Positionsvektor des Quadrocopters. Die Struktur des untergliederten Gesamtmodells bestehend aus den Teilmodellen ist in Bild 3 dargestellt. Anhand

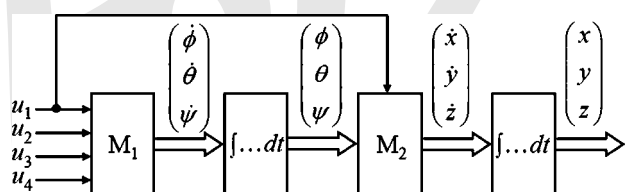


Bild 3 Gesamtmodell des Quadrocopters als Verkettung von Teilmodellen.

des hiermit hergeleiteten mathematischen Modells wird im Folgenden eine Regelung für den Quadrocopter entworfen.

3 Reglerentwurf für den Quadrocopter

Aus Sicht der Regelungs- und Automatisierungstechnik enthält ein UAV-System im Wesentlichen zwei kaskadierte Wirkungskreisläufe [11]. Der innere Wirkungskreislauf ist ein klassischer Regelkreis und umfasst die Regelung des aktuell gewünschten Flugzustands des UAVs durch den Flugregler. Diesem Regelkreis ist ein zweiter Wirkungskreislauf zur Steuerung der kompletten Mission überlagert, der das stabilisierte Fluggerät als Plattform für missionsspezifische Sensoren und Aktuatoren sowie eine geeignete Informationsverarbeitung inklusive etwaiger kognitiver Funktionen umfasst. Dieser äußere Wirkungskreislauf generiert während des Ablaufs der Mission geeignete Sollwerte für den unterlagerten Flugregler. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit liegt der Schwerpunkt auf der Entwicklung des Flugreglers. Hierbei wird angenommen, dass ein überlagertes System zur Missionssteuerung existiert, das einen jeweils einzuregelnden Geschwindigkeitsvektor generiert und diesen als Sollwert an den unterlagerten Flugregler des Quadrocopters übergibt.

Für den Entwurf des Flugreglers kann die spezielle Struktur des Modells nach (9) und Bild 3 ausgenutzt werden. Hierbei wird ersichtlich, dass sinnvollerweise eine kaskadierte Regelung verwendet wird: ein äußerer Regler erhält als Sollwert den einzuregelnden Soll-Geschwindigkeitsvektor und liefert dann die einzuregelnde Orientierung, d. h. die Eulerwinkel des Quadrocopters, als Sollwerte an einen unterlagerten Regelkreis zur Stabilisierung dieser gewünschten Orientierung. Im Rahmen des Reglerentwurfs wird daher zunächst der unterlagerte Orientierungsregler des Quadrocopters hergeleitet, im Anschluss daran wird der überlagerte Geschwindigkeitsregler entworfen, siehe auch Bild 4 zur Verdeutlichung der Gesamtstruktur.

3.1 Regelung der Orientierung des Quadrocopters

Zur Herleitung eines Reglers für die Orientierung des Quadrocopters wird zunächst das hierzu relevante

Teilmodell M_1 von (9) betrachtet. Die Untermenge der relevanten Zustandsvariablen wird im Vektor $\mathbf{x}_I^T = (x_7, x_8, x_9)$ zusammengefasst. Erste Simulationsergebnisse und experimentelle Tests haben ergeben, dass die in (9) enthaltenen und von $g(\mathbf{u})$ abhängigen gyroskopischen Effekte bei einem kleinen Quadrocopter und leichten Rotoren aufgrund der dann sehr kleinen Trägheitsmomente der Rotoren in einem ersten Ansatz vernachlässigbar sind. Es wird jedoch an späterer Stelle gezeigt, dass der hier zunächst auf Basis dieser Vereinfachung entworfene Regler auch das Modell mit gyroskopischen Effekten stabilisiert. Das zum Reglerentwurf betrachtete vereinfachte Teilmodell lautet dann

$$\dot{\mathbf{x}}_I \approx \begin{pmatrix} x_8 x_9 I_1 + \frac{L}{I_x} u_2 \\ x_7 x_9 I_2 + \frac{L}{I_y} u_3 \\ x_7 x_8 I_3 + \frac{1}{I_z} u_4 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Dieses nichtlineare System wird nun durch eine geeignete Zustandsrückführung in ein lineares System umgewandelt, siehe auch [12] zu diesem Verfahren. Zu diesem Zweck werden die Eingangsgrößen u_2, u_3, u_4 mit Hilfe der entstehenden neuen Eingangsgrößen u_2^*, u_3^*, u_4^* sowie den Funktionen bzw. Zustandsrückführungen $f_2(\mathbf{x}_I), f_3(\mathbf{x}_I), f_4(\mathbf{x}_I)$ in folgender Form geschrieben:

$$\begin{aligned} u_2 &= f_2(\mathbf{x}_I) + u_2^* \\ u_3 &= f_3(\mathbf{x}_I) + u_3^* \\ u_4 &= f_4(\mathbf{x}_I) + u_4^* \end{aligned} \quad (11)$$

Eine Wahl der Zustandsrückführungen in der Form

$$\begin{aligned} f_2(\mathbf{x}_I) &= -\frac{I_x}{L} I_1 x_8 x_9 + K_2 \cdot x_7 \\ f_3(\mathbf{x}_I) &= -\frac{I_y}{L} I_2 x_7 x_9 + K_3 \cdot x_8 \\ f_4(\mathbf{x}_I) &= -I_z I_3 x_7 x_8 + K_4 \cdot x_9 \end{aligned} \quad (12)$$

mit den bislang unbestimmten konstanten Verstärkungsfaktoren K_2, K_3, K_4 und der Formulierung der neuen Eingangsgrößen im Vektorformat $\mathbf{u}_I^{*T} = (u_2^*, u_3^*, u_4^*)$ führt

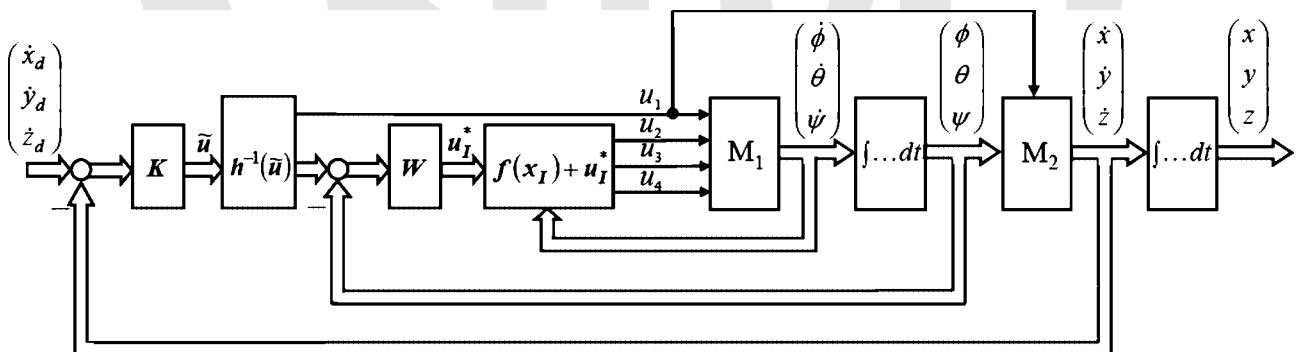


Bild 4 Gesamtstruktur des Flugreglers.

dann nach Einsetzen in (10) auf das folgende lineare und entkoppelte Zustandsraummodell:

$$\dot{\mathbf{x}}_I = \begin{pmatrix} \frac{L}{I_x} K_2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_y} K_3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} K_4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_I + \begin{pmatrix} \frac{L}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u}_I^* \quad (13)$$

Es kann gezeigt werden, dass dieser resultierende geschlossene Regelkreis auch dann stabil ist, wenn in (10) die eigentlich in (9) enthaltenen gyroskopischen Effekte betrachtet werden. Hierzu wird $u_2^* = u_3^* = u_4^* = 0$ angenommen, die Ruhelage des Systems ist durch $x_7 = x_8 = x_9 = 0$ gegeben. Nun wird eine Lyapunov-Funktion $V(x_7, x_8, x_9)$ definiert, die in der Ruhelage verschwindet und in der gesamten $\mathbf{x}_I$ -Ebene stetig differenzierbar und positiv definit ist:

$$V(x_7, x_8, x_9) = 0,5 \cdot (x_7^2 + x_8^2 + x_9^2) \quad (14)$$

Weiterhin wird angenommen, dass der Quadrocopter eine perfekte kreuzförmige Konfiguration aufweist, womit $I_x = I_y$ und damit $I_1 = -I_2$, $I_3 = 0$ gilt. Die Berechnung der ersten Ableitung der Lyapunov-Funktion V unter Berücksichtigung des Teilmodells M_1 aus (9) und der Zustandsrückführungen (11), (12) ergibt dann

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_7 \dot{x}_7 + x_8 \dot{x}_8 + x_9 \dot{x}_9 \\ &= K_2 \cdot x_7^2 + K_3 \cdot x_8^2 + K_4 \cdot x_9^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Die erste Ableitung der Lyapunov-Funktion ist damit ebenfalls unabhängig von den gyroskopischen Effekten und negativ definit, wenn $K_2, K_3, K_4 < 0$ gilt. Dieses wiederum garantiert die asymptotische Stabilität des Regelkreises und damit des durch Rückkopplung entstandenen linearisierten Systems (13).

Unter Verwendung des entstehenden linearisierten Systems (13) und Berücksichtigung von $\dot{x}_4 = x_7$, $\dot{x}_5 = x_8$, $\dot{x}_6 = x_9$ (siehe (9)) kann das dynamische Verhalten der einzelnen Eulerwinkel jeweils durch eine Differenzialgleichung 2. Ordnung dargestellt werden, etwa für die Zustandsgröße x_4 :

$$\ddot{x}_4 = \frac{L \cdot K_2}{I_x} \dot{x}_4 + \frac{L}{I_x} u_2^* \quad (16)$$

Wenn der Sollwert des Winkels mit x_{4d} bezeichnet wird, so führt die Verwendung eines P-Reglers in der Form $u_2^* = w_2 \cdot (x_{4d} - x_4)$ mit dem konstanten Verstärkungsfaktor w_2 auf einen geschlossenen Regelkreis mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{X_4(s)}{X_{4d}(s)} = \frac{w_2}{\frac{I_x}{L} \cdot s^2 - K_2 \cdot s + w_2} \quad (17)$$

Für die anderen Winkel bzw. Zustandsvariablen gelten die gleichen Überlegungen, die zu den jeweiligen P-Reglern

$u_3^* = w_3 \cdot (x_{5d} - x_5)$ und $u_4^* = w_4 \cdot (x_{6d} - x_6)$ führen. Das dynamische Verhalten der entstehenden geschlossenen Regelkreise kann dann durch geeignete Wahl der Parameterpaare (K_2, w_2) , (K_3, w_3) , (K_4, w_4) in gewünschter Weise eingestellt werden. Hierbei sind die Bedingungen $K_2, K_3, K_4 < 0$ einzuhalten. Beispielsweise führt eine Wahl von $K_2 = -2$ und $w_2 = (0,5 \cdot K_2)^2 \cdot (L/I_x)$ zu einem sehr schnellen und aperiodischen Führungsverhalten, was eine Berechnung der beiden Pole des geschlossenen Regelkreises zeigt.

3.2 Regelung der Geschwindigkeit des Quadrocopters

Wenn die inneren Regelkreise zur Stabilisierung einer gewünschten Orientierung, d. h. zum Einregeln der Sollwerte von Roll-, Nick- und Gierwinkel x_{4d} , x_{5d} , x_{6d} , sehr schnelles Verhalten aufweisen, können sie aus Sicht des äußeren Regelkreises zur Geschwindigkeitsregelung vereinfachend als quasi statische Systeme angenommen werden. Damit nehmen die Regelgrößen am Ausgang der inneren Regelkreise nach vernachlässigbar kurzer Übergangszeit die am Eingang aktuell vorgegebenen Sollwerte der Winkel an und leiten diese direkt als Eingangsgrößen an das nachfolgende Teilmodell M_2 weiter. Das Teilmodell M_2 nach (9) kann daher durch das folgende Differenzialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -(\cos x_{4d} \sin x_{5d} \cos x_{6d} + \sin x_{4d} \sin x_{6d}) \cdot \frac{u_1}{m} \\ \dot{x}_2 &= -(\cos x_{4d} \sin x_{5d} \sin x_{6d} - \sin x_{4d} \cos x_{6d}) \cdot \frac{u_1}{m} \\ \dot{x}_3 &= g - \cos x_{4d} \cos x_{5d} \cdot \frac{u_1}{m} \end{aligned} \quad (18)$$

mit den Eingangsgrößen x_{4d} , x_{5d} , x_{6d} und u_1 beschrieben werden. Zur Vereinfachung werden die drei Ersatzeingangsgrößen $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ definiert, die von den vier eigentlichen Eingangsgrößen in der durch (18) beschriebenen nichtlinearen Form abhängen. Die Differenzialgleichungen (18) lauten damit:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{u}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}, u_1) \\ h_2(x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}, u_1) \\ h_3(x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}, u_1) \end{pmatrix} \quad (19)$$

bzw. mit $\tilde{\mathbf{u}}^T = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)$ in Vektorschreibweise:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{h}(x_{4d}, x_{5d}, x_{6d}, u_1) \quad (20)$$

Das Teilmodell M_2 kann daher als eine Hintereinanderschaltung des durch $\mathbf{h}$ beschriebenen statischen Systems und einer nachfolgenden reinen Integration aufgefasst werden. Bezogen auf die Ersatzeingangsgrößen $\tilde{\mathbf{u}}$ entstehen nach (19) sogar drei voneinander unabhängige Integrierglieder. Die Grundidee für eine Regelung ist nun folgende: das statische nichtlineare System $\mathbf{h}$ wird durch ein vorangeschaltetes inverses System $\mathbf{h}^{-1}$ kompensiert,

sodass von dem gesamten zu regelnden System lediglich die drei unabhängigen Integrierglieder übrig bleiben. Diese können im einfachsten Fall durch drei P-Regler auf vorgegebene Sollwerte der Geschwindigkeiten geregelt werden:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1 &= k_1 \cdot (x_{1d} - x_1) \\ \tilde{u}_2 &= k_2 \cdot (x_{2d} - x_2) \\ \tilde{u}_3 &= k_3 \cdot (x_{3d} - x_3)\end{aligned}\quad (21)$$

Die Verstärkungsfaktoren k_1, k_2 und k_3 dieser Regler können so gewählt werden, dass diese äußeren Regelkreise ausreichend schnell, jedoch nicht zu schnell mit Hinsicht auf die unterlagerte Orientierungsregelung sind. Es verbleibt dann die Aufgabe, aus den berechneten Ersatzeingangsgrößen $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ die eigentlichen Eingangsgrößen x_{4d}, x_{5d}, x_{6d} und u_1 durch Auswertung von (18) und (19) zu bestimmen, bzw. das inverse System $\mathbf{h}^{-1}(\tilde{\mathbf{u}})$ zu finden.

Hierzu wird zunächst eine Vereinfachung durchgeführt. Eine nähere Betrachtung des Quadropters zeigt, dass jeder gewünschte Geschwindigkeitsvektor auch ohne Gierbewegung erreicht werden kann. Daher kann der entsprechende Sollwert $x_{6d} = \psi_d = 0$ gesetzt werden, womit sich (18) bereits beträchtlich vereinfachen lässt:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1 &= -\cos x_{4d} \sin x_{5d} \cdot \frac{u_1}{m} \\ \tilde{u}_2 &= \sin x_{4d} \cdot \frac{u_1}{m} \\ \tilde{u}_3 &= g - \cos x_{4d} \cos x_{5d} \cdot \frac{u_1}{m}\end{aligned}\quad (22)$$

Diese nichtlinearen statischen Gleichungen können jedoch analytisch gelöst werden. Hierzu wird folgende Substitution betrachtet:

$$\begin{aligned}\alpha &= \sin x_{4d} \Rightarrow \cos x_{4d} = \pm \sqrt{1 - \alpha^2} \\ \beta &= \sin x_{5d} \Rightarrow \cos x_{5d} = \pm \sqrt{1 - \beta^2}\end{aligned}\quad (23)$$

Einsetzen in (22) liefert

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1 &= \mp \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot \beta \cdot \frac{u_1}{m} \\ \tilde{u}_2 &= \alpha \cdot \frac{u_1}{m} \\ \tilde{u}_3 &= g - \left(\mp \sqrt{1 - \alpha^2} \cdot \pm \sqrt{1 - \beta^2} \cdot \frac{u_1}{m} \right)\end{aligned}\quad (24)$$

Für $\tilde{u}_1 \neq 0$ ergeben sich folgende Lösungen:

$$\begin{aligned}\beta &= \pm \left[\left(\frac{g - \tilde{u}_3}{\tilde{u}_1} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{1}{2}} \\ u_1 &= \pm m \cdot \sqrt{\frac{\tilde{u}_1^2}{\beta^2} + \tilde{u}_2^2} \\ \alpha &= \tilde{u}_2 \cdot \frac{m}{u_1}\end{aligned}\quad (25)$$

Da u_1 nach (6) immer positiv ist, lautet die einzige Lösung für u_1

$$u_1 = + m \cdot \sqrt{\frac{\tilde{u}_1^2}{\beta^2} + \tilde{u}_2^2}.\quad (26)$$

In diesem Fall erhält man auch eine einzige Lösung für α und damit kann $x_{4d} = \arcsin \alpha$ eindeutig im Intervall $[-\pi/2, +\pi/2]$ bestimmt werden. In der gleichen Weise erhält man $x_{5d} = \arcsin \beta$, allerdings kann β und damit auch x_{5d} nach (23) positiv oder negativ sein. Zur Lösung dieses Problems wird folgende Gleichung aus (22) betrachtet

$$\tilde{u}_1 = -\cos x_{4d} \sin x_{5d} \cdot \frac{u_1}{m}\quad (27)$$

Der erste Cosinus-Term ist hierbei im Intervall $[-\pi/2, +\pi/2]$ immer positiv, gleiches gilt für den letzten Term, sodass x_{5d} negativ sein muss für einen positiven Wert von $\tilde{u}_1$ und umgekehrt. Alle weiteren Spezialfälle, z. B. $\tilde{u}_1 = 0$ können durch ähnliche Überlegungen ebenfalls analytisch gelöst werden. Insgesamt ist damit eine eindeutige analytische Berechnung der neben $x_{6d} = 0$ gesuchten Eingangsgrößen x_{4d}, x_{5d}, u_1 aus den Ersatzeingangsgrößen $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ und damit die analytische Berechnung der inversen vektoriellen Funktion $\mathbf{h}^{-1}(\tilde{\mathbf{u}})$ möglich.

3.3 Der gesamte Flugregler

Der gesamte Flugregler des Quadropters besteht aus dem beschriebenen inneren Regelkreis für die Orientierungsregelung und dem äußeren Regelkreis zur Geschwindigkeitsregelung, siehe Bild 4. Mit $\mathbf{u}_I^T = (u_2, u_3, u_4)$ lässt sich die Zustandsrückführung zur Linearisierung (11) unter Berücksichtigung von (13) in der vektoriellen Form $\mathbf{u}_I = \mathbf{f}(\mathbf{x}_I) + \mathbf{u}_I^*$ darstellen. Die Reglerparameter w_2, w_3, w_4 entsprechend Abschnitt 3.1 bilden die Reglermatrix $\mathbf{W} = \text{diag}(w_2, w_3, w_4)$, die eine reine Diagonalmatrix darstellt. Die Berechnung der Eingangsgrößen x_{4d}, x_{5d}, x_{6d} und u_1 für den unterlagerten Orientierungsregler ist wie erläutert in der Form $\mathbf{h}^{-1}(\tilde{\mathbf{u}})$ dargestellt. Auch die Reglerparameter der P-Regler nach (21) seien zur Diagonalmatrix $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$ zusammengefasst, womit sich die in Bild 4 gezeigte Struktur ergibt.

Die Ausgangsgrößen des entworfenen Flugreglers sind die vier Größen u_1, u_2, u_3 und u_4 , aus denen durch Umwandlung von (6) die erforderlichen Winkelgeschwindigkeiten $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ und ω_4 der Rotoren berechnet werden können. Diese wiederum werden durch vier einzelne schnelle unterlagerte Motorregler eingeregelt. Der wesentliche Vorteil des beschriebenen Regelungskonzepts ist die Tatsache, dass dieses vergleichsweise einfach zu realisieren ist, jedoch die nichtlineare Dynamik des Quadropters voll berücksichtigt. Eine Implementierung ist damit auf einem eingebetteten Mikrocontrollersystem möglich. Das Regelungskonzept erfordert jedoch die Messung aller Zustandsgrößen, d. h. der Geschwindigkeiten, der Eulerwinkel und der entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten.

4 Simulationsergebnisse

Das hergeleitete Modell wurde als Simulationsmodell in MATLAB/Simulink realisiert, weiterhin wurde eine Experimentalplattform aufgebaut (siehe Bild 1), die mit einer Elektronik zur Implementierung der Regelalgorithmen sowie einer inertialen Messeinheit (IMU) der Fa. Xsens (siehe <http://www.xsens.com>) zur Messung des Flugzustands ausgestattet wurde. Mechanischer Aufbau und Antriebe des Quadcopters selbst basieren auf einem Modell der Fa. Draganfly Innovations, Inc. (siehe <http://www.rctoy.com>). Die unbekannten Parameter des mathematischen Modells wurden durch geeignete Experimente und Messungen mit der Experimentalplattform ermittelt, siehe hierzu auch [9]. Die Parameter des dynamischen Modells (9) des verwendeten Quadcopters sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Weiterhin wurden die Reglerparameter des Flugreglers entsprechend den Überlegungen in Kapitel 3 hergeleitet. Die Parameter des Geschwindigkeitsreglers wurden zu $k_1 = k_2 = k_3 = 5$ gewählt, während die Parameter des inneren Orientierungsreglers zu $K_2 = K_3 = -2$, $K_4 = -1$ und $w_1 = w_2 = 41$, $w_3 = 113$ bestimmt wurden. In einer ersten Simulation des geschlossenen Regelkreises werden die Startwerte der drei Eulerwinkel des Quadcopters zu $\phi(0) = 30^\circ$, $\theta(0) = -20^\circ$, $\psi(0) = 10^\circ$ gewählt. Das Ziel der Flugregelung besteht darin, den Quadcopter in einem Schwebzustand zu stabilisieren, d. h. $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Die

Tabelle 1 Parameter des Quadcopters.

Parameter	Wert	Einheit
m	0,5	kg
L	0,2	m
$I_x = I_y$	$4,85 \times 10^{-3}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
I_z	$8,81 \times 10^{-3}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
I_R	$3,36 \times 10^{-5}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
b	$2,92 \times 10^{-6}$	$\text{kg} \cdot \text{m}$
d	$1,12 \times 10^{-7}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$

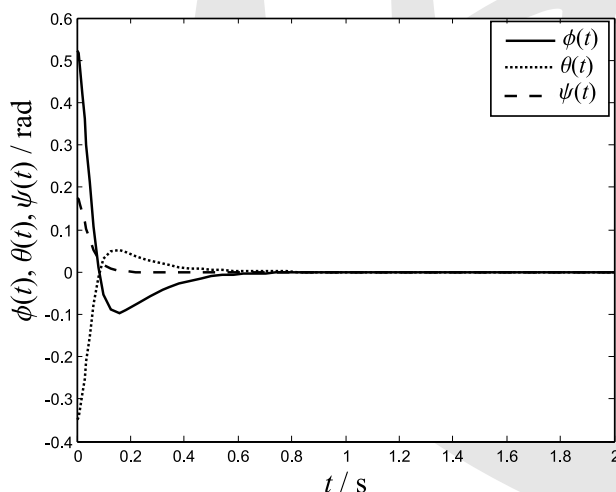


Bild 5 Eulerwinkel während der Regelung der Orientierung.

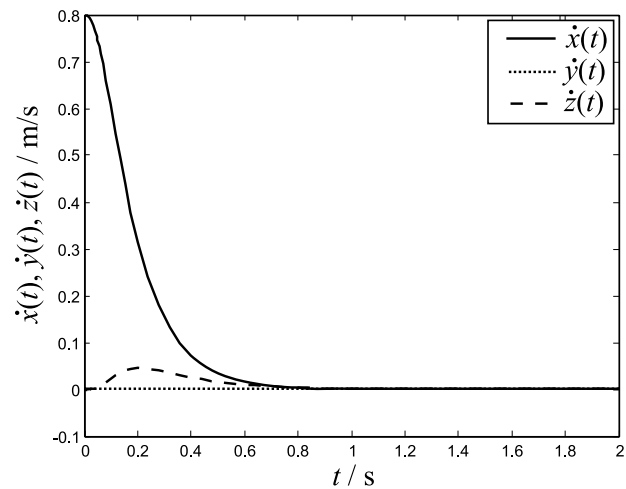


Bild 6 Geschwindigkeiten während des Regelvorgangs.

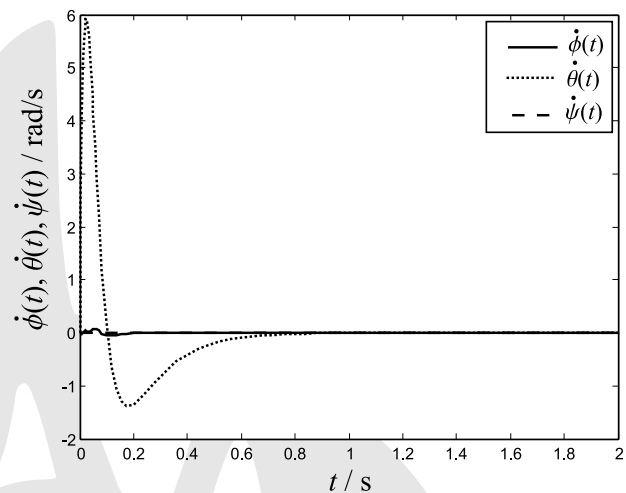


Bild 7 Winkelgeschwindigkeiten während der Regelvorgangs.

Simulationsergebnisse für diesen Fall sind in Bild 5 in Form des zeitlichen Verlaufs der Eulerwinkel dargestellt. Nach einer sehr kurzen Übergangsphase mit geringem Überschwingen wird der Schwebzustand nach ca. 0,6 s erreicht.

In einer zweiten Simulation wird angenommen, dass der Quadcopter eine initiale Geschwindigkeitskomponente $\dot{x}(0) = 0,8 \text{ m/s}$ aufweist, während die beiden anderen Geschwindigkeitskomponenten in y - und z -Richtung zu Null angenommen werden. Auch in diesem Fall soll wieder ein Schwebzustand eingeregelt werden. Als ein erstes Ergebnis dieser Simulation sind die während des Regelvorgangs erreichten Geschwindigkeitskomponenten in Bild 6 dargestellt. Es wird ersichtlich, dass auch in diesem Fall die Anfangsabweichung der Geschwindigkeitskomponenten $\dot{x}(t)$ innerhalb kurzer Zeit kompensiert und ein Schwebzustand erreicht wird. Dies wird auch bei Betrachtung der Winkelgeschwindigkeiten in Bild 7 deutlich. Die zu hohe Geschwindigkeit in x -Richtung wird im Wesentlichen durch eine Nickbewegung kompensiert. Allerdings wird bei diesem

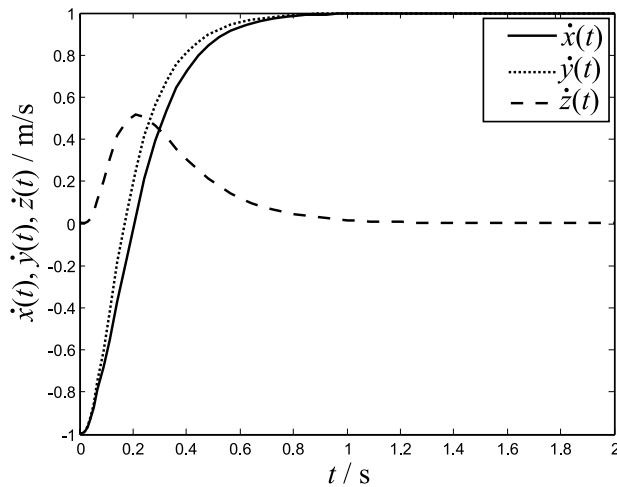


Bild 8 Geschwindigkeiten während des Regelvorgangs.

Regelungsvorgang durch die verkoppelte Struktur des dynamischen Modells (9) des Quadroptors auch die Geschwindigkeit $\dot{z}(t)$ beeinflusst, sodass der Schwebestand in einer leicht reduzierten Höhe z erreicht wird. Diese Höhenänderung kann aber wieder durch eine überlagerte Höhenregelung kompensiert werden, wozu die aktuelle Höhe des Quadropters gemessen werden müsste (etwa durch eine barometrische Höhenmessung).

In einer letzten Simulation wird angenommen, dass sich der Quadropter anfänglich mit den Geschwindigkeiten $\dot{x}(0) = \dot{y}(0) = -1$ m/s, $\dot{z}(0) = 0$ m/s ausgehend vom Punkt $x(0) = y(0) = z(0) = 3$ m in der x - y -Ebene bewegt. Der gewünschte Geschwindigkeitsvektor ist jedoch durch die Sollgeschwindigkeiten $\dot{x}_d = \dot{y}_d = 1$ m/s, $\dot{z}_d = 0$ m/s vorgegeben. In Bild 8 sind die Verläufe der Geschwindigkeiten während des Regelvorgangs dargestellt, in Bild 9 ist die entsprechende Bewegung des Quadropters in der x - y -Ebene dargestellt. Auch in diesem Fall werden die gewünschten Sollgeschwindigkeiten und damit der Sollgeschwindigkeitsvektor nach kurzer Zeit

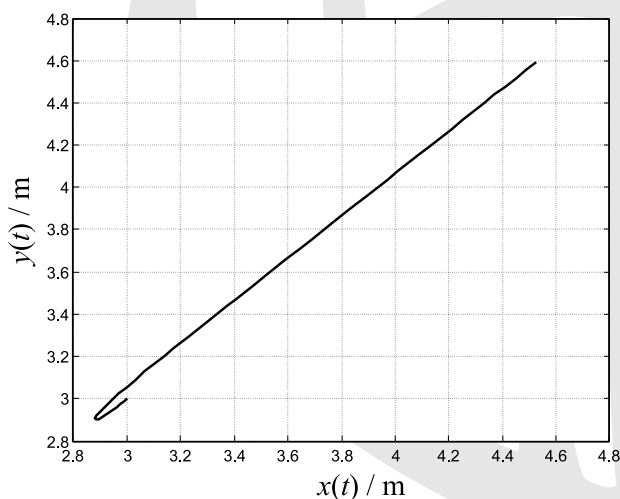


Bild 9 Position während des Regelvorgangs.

eingeregelt. Wieder tritt hierbei der bereits beschriebene Effekt auf, dass der Quadropter während des Regelvorgangs leicht an Höhe verliert. Nach den vielversprechenden Ergebnissen der Simulation werden die Regelalgorithmen derzeit in der Experimentalplattform implementiert und in Flugversuchen getestet.

5 Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird ein nichtlineares Regelungskonzept für ein Quadropter-UAV vorgestellt. Das Konzept basiert zunächst auf einer Aufteilung der Regelungsaufgabe in eine unterlagerte Regelung der Orientierung des Quadropters sowie eine überlagerte Geschwindigkeitsregelung. Die zu regelnde Strecke des inneren Regelkreises wird durch eine nichtlineare Zustandsrückführung in drei lineare und voneinander unabhängige Regelstrecken überführt, die dann durch einfache, unabhängig voneinander zu entwerfende lineare Regler zu regeln sind. Die Stabilität des entstandenen linearen Systems kann gezeigt werden. Der äußere Regelkreis basiert auf einer Kompensation des statischen nichtlinearen Anteils durch die entsprechende inverse Funktion und anschließende Regelung des verbliebenen linearen dynamischen Anteils durch eine lineare Regelung. Der entstehende Flugregler zeichnet sich durch seine einfache Struktur und Implementierung aus, Simulationsergebnisse unterstreichen die erzielbare Regelgüte.

Literatur

- [1] G. Hoffmann, u. a.: Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment. In: Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, 2007.
- [2] J. Escareno, S. Salazar-Cruz, R. Lozano: Embedded control of a four-rotor UAV. In: Proc. of the AACC American Control Conference, Minneapolis, MN, 2006, S. 3936–3941.
- [3] H. Voos: Nonlinear State-Dependent Riccati Equation Control of a Quadrotor UAV. In: Proc. of the IEEE Conference on Control Applications, Munich, Germany, 2006.
- [4] H. Voos: Nonlinear and Neural Network-based Control of a Small Four-Rotor Aerial Robot. In: Proc. of the IEEE/ASME Int. Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Zürich, 2007.
- [5] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart: Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor. In: Proc. of the Int. Conf. on Robotics and Automation ICRA 2004, New Orleans, USA, 2004.
- [6] S. Bouabdallah, R. Siegwart: Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor. In: Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005, S. 2247–2252.
- [7] M. O. Efe: Robust Low Altitude Behavior Control of a Quadrotor Rotorcraft Through Sliding Modes. In: Proc. 15th Mediterranean Conference on Control and Automation, Athens, Greece, 2007.
- [8] L. Besnard: Control of a Quadrotor Vehicle Using Sliding Mode Disturbance Observer. In: Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, 2007.
- [9] A. Tayebi, S. McGilvray: Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft. In: IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 14, 2006, S. 562–571.

- [10] *P. Castillo, A. Dzul, R. Lozano*: Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft. In: IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 4, July 2004, S. 510–516.
- [11] *H. Voos*: Autonomous Systems Approach to UAVs. In: Proc. of the 18th Bristol International Conference on Unmanned Air Vehicle Systems, Bristol, UK, 2003.
- [12] *M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic*: Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995.

Manuskripteingang: 21. Januar 2009



Prof. Dr.-Ing. Holger Voos ist Leiter des Labors für mobile Robotik und Mechatronik in der Fakultät Elektrotechnik und Informatik der Hochschule Ravensburg-Weingarten. Hauptarbeitsgebiete: Mobile Robotik, Mechatronik, kognitive technische Systeme, Agentensysteme in der Automatisierungstechnik.

Adresse: Hochschule Ravensburg-Weingarten, Fakultät Elektrotechnik und Informatik, Labor für mobile Robotik und Mechatronik, Postfach 1261, D-88241 Weingarten, Tel.: +49-(0)751-501-9751, E-Mail: voos@hs-weingarten.de

