

Parametrierung von IDA-PBC über Zuweisung lokal linearer Dynamik

Parametrization of IDA-PBC by Assignment of Local Linear Dynamics

Paul Kotyczka, Boris Lohmann, Technische Universität München

Zusammenfassung Der Beitrag beschäftigt sich mit der Parametrierung der nichtlinearen Zustandsregelung durch Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control (IDA-PBC). Die Struktur der geregelten Strecke als Port-Hamilton (PH) System ist physikalisch motiviert und beruht auf der Speicherung, dem Austausch und der Dissipation von Energie. Die Wirkung der Entwurfsparameter in den vorzugebenden Struktur- und Dämpfungsmatrizen sowie der Energiefunktion auf das Zeitverhalten ist jedoch in der Regel undurchsichtig. Die Betrachtung der Linearisierung des geregelten nichtlinearen Systems in Abhängigkeit der Entwurfsparameter bietet die Möglichkeit, wenigstens lokal gewünschtes Zeitverhalten systematisch im Re-

gelungsentwurf zu berücksichtigen. ▶▶▶ **Summary** This contribution deals with the parametrization of nonlinear state feedback control by Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control (IDA-PBC). The Port Hamiltonian (PH) structure of the controlled system is physically motivated and incorporates the idea of storage, exchange and dissipation of energy. However, in general the effect of the design parameters in the interconnection and damping matrices and the closed loop energy on the time behavior is intransparent. Considering the linearization of the nonlinear closed loop system with respect to the design parameters is a systematic possibility to include at least locally desired time behavior in the design procedure.

Schlagwörter Nichtlineare Regelung, passivitätsbasierte Regelung ▶▶▶ **Keywords** Nonlinear control, passivity based control

1 Einleitung

Die Methode *Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control* (IDA-PBC) [5–8; 17] ist ein sehr anschauliches Verfahren zur nichtlinearen Zustandsregelung. Das zu regelnde System wird durch Zustandsrückführung in ein *Port-Hamilton* (PH) System transformiert, das durch eine Energiefunktion sowie eine Struktur- und eine Dämpfungsmatrix beschrieben wird. Alle drei Konstrukte beeinflussen in gegenseitiger Abhängigkeit das dynamische Verhalten des geregelten Systems. Üblicherweise werden Struktur- und Dämpfungsmatrix vom Entwerfer vorgegeben und die Energie als Lösung eines Satzes linearer partiellen Differentialgleichungen (PDgln.) berechnet. Dabei wird die Energie über die freie homogene Lösung der PDgln. so geformt (*Energy Shaping*), dass sie in der gewünschten Ruhelage minimal wird. Das resultierende PH-System besitzt einen kollokierten Ausgang, mit

dem Passivität bezüglich der Energiefunktion, die gleichzeitig Ljapunow-Funktion ist, festgestellt wird.

Da die Energiefunktion des geschlossenen Kreises erst berechnet werden muss und zudem von den Entwurfsmatrizen abhängt, fehlt beim Reglerentwurf zunächst die Anschaulichkeit, die das Konzept von Energiespeicherung, -austausch und -dissipation erhoffen lässt. In den bisherigen Arbeiten zu IDA-PBC geschah die Wahl der Entwurfsparameter meist nach physikalischen Erwägungen, etwa durch Verstärken, Abschwächen oder Erzeugen von Kopplungen zwischen Teilsystemen [12] oder gezieltes Einbringen von Dissipation (*Damping Injection* [6; 7]). Weiterhin wurde das Nutzen vorhandener physikalischer Dämpfung untersucht [13]. Bisher existiert jedoch kein systematisches Vorgehen zur Festlegung der Entwurfsparameter anhand quantitativer Vorgaben für die Wunschdynamik.

Der in diesem Beitrag vorgestellte Ansatz liefert durch den Vergleich des linearisierten geregelten Systems mit lokaler Wunschkonfigurationsparameterwerte für die konstante Struktur- und Dämpfungsmatrix sowie die freien Parameter der Energiefunktion, und zwar *bevor* die PDgl. für die Energie gelöst werden. Dazu werden die verfügbaren Entwurfparameter sukzessive eingeschränkt und durch eine Koordinatentransformation die Bestimmungsgleichungen in ein lineares Gleichungssystem für die noch offenen Parameterwerte übersetzt.

Der Aufsatz gliedert sich wie folgt. In Abschnitt 2 wird die passivitätsbasierte Regelung mit IDA-PBC vorgestellt und der Unterschied zu klassischen passivitätsbasierten Verfahren verdeutlicht. Die Parametrierung der Entwurfsmatrizen durch Zuweisen lokaler Dynamik ist Gegenstand von Abschnitt 3 und wird am Beispiel des Laborversuchs „Schwebende Kugel“ in Abschnitt 4 illustriert. Der Beitrag schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf weiterführende Arbeiten.

2 Passivitätsbasierte Regelung

Dieser Abschnitt gibt eine kurze Einführung in Grundsachen der passivitätsbasierten Regelung nichtlinearer Systeme. Im Mittelpunkt steht die Anwendbarkeit von IDA-PBC. Für einen breiteren Überblick sei auf die Übersichtsaufsätze [8; 12], die Bücher [2; 4] und den Aufsatz [1] verwiesen, der erstmals den Zusammenhang zwischen Passivität, Differenzordnung und Stabilität der Nulldynamik eines nichtlinearen Systems herstellt.

2.1 Grundidee

Wir beschränken uns auf steuerungsaffine Systeme

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (1a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (1b)$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ und den Ein- und Ausgangsvektoren $\mathbf{u}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$. $(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ sei o. B. d. A. eine Ruhelage des Systems. Das System (1) heißt dann *passiv*, wenn eine positiv semidefinite *Speicherfunktion* $S(\mathbf{x})$ mit $S(\mathbf{0}) = 0$ ¹ und $S(\mathbf{x}) \geq 0$ für $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ existiert, sodass für alle Anfangswerte $\mathbf{x}(0)$ und alle Eingangsgrößen $\mathbf{u}(t)$, $t \geq 0$ die Dissipativitätsungleichung

$$S(\mathbf{x}(t)) - S(\mathbf{x}(0)) \leq \int_0^t w(\mathbf{u}(\tau), \mathbf{y}(\tau)) d\tau \quad (2)$$

mit der speziellen Zufuhrrate

$$w(\mathbf{u}(t), \mathbf{y}(t)) = \mathbf{y}^T(t)\mathbf{u}(t) \quad (3)$$

gilt. Für stetig differenzierbare Speicherfunktionen, die im Folgenden vorausgesetzt werden, erhält man die differentielle Passivitätsungleichung

$$\dot{S}(\mathbf{x}(t)) \leq \mathbf{y}^T(t)\mathbf{u}(t). \quad (4)$$

¹ bzw. nach unten beschränkt mit $S(\mathbf{0}) = S_0$

Versteht man $S(\mathbf{x}(t))$ als die im System gespeicherte *Energie*, dann ist $\mathbf{y}^T(t)\mathbf{u}(t)$ die dem System über die Tore (u_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$ zugeführte *Leistung*. Gilt das Gleichheitszeichen in Gl. (4), dann ist das System *verlustlos*, andernfalls wird Energie *dissipiert*.

Die Eigenschaft, dass bestimmte Verschaltungen passiver Systeme, so die Rückkopplung, Parallelschaltung und leistungserhaltende Hintereinanderschaltung, auf passive Gesamtsysteme führen [6], lässt sich zum Regelungsentwurf ausnützen. Die einfachste Möglichkeit ist das Einbringen zusätzlicher Dämpfung durch die Rückführung $\mathbf{u} = -\boldsymbol{\phi}(\mathbf{y})$ des passiven Ausgangs, wobei $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{y})$ einer Sektorbedingung genügt [1]. Die Wirkung entspricht zusätzlicher Reibung im mechanischen oder erhöhtem ohmschen Widerstand im elektrischen System. Bei passiven Systemen mit positiv definiter Speicherfunktion dient diese als Ljapunow-Funktion, mit der sich Stabilität der Ruhelage \mathbf{x}^* des freien Systems beweisen lässt. Zum Nachweis asymptotischer Stabilität ist im allgemeinen Fall das Invarianzprinzip von Krassowskij-LaSalle heranzuziehen. Die oben genannte Ausgangsrückführung stabilisiert die Ruhelage des Systems asymptotisch, wenn zusätzlich zur positiven Definitheit der Speicherfunktion Nullzustands-Ermittelbarkeit vorliegt.

Da Passivität somit eine erstrebenswerte Systemeigenschaft ist, stellt sich die Frage, wann ein System (1), welches zunächst nicht passiv ist, durch Regelung in ein passives System mit neuem Eingang \mathbf{v} und dem durch (1b) festgelegten Ausgang überführt werden kann. Wird eine statische Zustandsrückführung

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (5)$$

mit $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})$ invertierbar angesetzt, so lauten die notwendigen und hinreichenden Bedingungen [1] für eine solche *Feedback-Äquivalenz* von (1) zu einem passiven System

- relativer Vektordifferenzgrad $\{1, \dots, 1\}$ an der Stelle \mathbf{x}^* , was Regularität der Entkoppelbarkeitsmatrix $[L_{g_1}\mathbf{h}(\mathbf{x}^*) \dots L_{g_m}\mathbf{h}(\mathbf{x}^*)]$ einschließt², und
- schwache Minimalphasigkeit von (1), also Ljapunow-Stabilität der Nulldynamik des auf Byrnes-Isidori-Normalform transformierten Systems.

Es sei nochmals angemerkt, dass Passivität des durch (5) geregelten Systems mit dem Ausgang (1b) bezüglich des *neuen Eingangs* \mathbf{v} festgestellt wird³.

Der „klassische“ Ansatz der passivitätsbasierten Regelung ist, siehe z. B. [4], unter Vorgabe einer gewünschten, in der Regel quadratischen Speicher- und damit Ljapunowfunktion $S(\mathbf{x})$ für (1) ein Regelgesetz zu entwerfen, mit dem $\dot{S}(\mathbf{x}(t)) \leq 0$ für alle $t \geq 0$ gilt. Dieser Ansatz wurde erfolgreich auf mechanische, elektrische und elektromechanische Systeme angewandt. Problematisch ist jedoch, dass er für bestimmte vorgegebene Speicherfunk-

² $L_{g_i}\mathbf{h}(\mathbf{x})$ bezeichnet die Lie-Ableitung $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ in Richtung des i -ten Spaltenvektors von $\mathbf{G}(\mathbf{x})$.

³ Man beachte hierzu, dass das innere Produkt in (3) unter der affinen Transformation (5) nicht erhalten bleibt.

tionen auf eine Inversion der Systemdynamik führen kann und damit dynamische Invertierbarkeit, also Minimalphasigkeit des ursprünglichen Systems, voraussetzt.

2.2 IDA-PBC

Der relative Grad, die Stabilität der Nulldynamik und damit auch die stabile dynamische Invertierbarkeit hängen von der Festlegung der Ausgangsgrößen (1b) ab und sind invariant unter Zustandsrückführung. Daher existiert, betrachtet man die Bedingungen für Feedback-Äquivalenz, keine Zustandsrückführung (5), die ein nichtminimalphasiges System (1) in ein passives System mit vom Entwerfer vorgegebener Speicherfunktion $S(\mathbf{x})$ überführt.

Abhilfe schafft der Ansatz von *Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control* (IDA-PBC). Entwickelt als Methode, die *Port-Hamiltonsche* (PH) Struktur eines physikalischen Systems unter Vorgabe einer neuen Energiefunktion für das geregelte System zu erhalten, verzichtet IDA-PBC auf die anfängliche Festlegung der Ausgangsgrößen. Stattdessen wird für das durch die Differentialgleichung (1a) beschriebene System (wir bleiben bei steuerungsaffinen Systemen) eine statische Zustandsrückführung (5) mit $\beta(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{I}$ gesucht, die das System in die PH-Darstellung

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x}))\nabla H_d(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (6a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}^T(\mathbf{x})\nabla H_d(\mathbf{x}) \quad (6b)$$

transformiert. Die schiefsymmetrische *Strukturmatrix* $\mathbf{J}_d: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ und die symmetrische, positiv semidefinite *Dämpfungsmatrix* $\mathbf{R}_d: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ stellen den Austausch und die Dissipation der neuen, dem System zugewiesenen Energie $H_d(\mathbf{x})$ dar. Beim üblichen *nicht-algebraischen* Ansatz sind beide Matrizen anfangs festzulegende Entwurfsparameter. Daraufhin ist die Energie im Schritt des sog. *Energy Shaping* über die homogene Lösung eines Satzes partieller Differentialgleichungen so zu formen, dass sich ein Minimum in der gewünschten Ruhelage \mathbf{x}^* ergibt:

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x}} H_d(\mathbf{x}). \quad (7)$$

Ist dies gelungen, so lässt sich mit dem durch die Energie festgelegten *kollokierten Ausgang* (6b) durch

$$\dot{H}_d(\mathbf{x}) = -(\nabla H_d(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}_d(\mathbf{x}) \nabla H_d(\mathbf{x}) + \mathbf{y}^T \mathbf{v} \leq \mathbf{y}^T \mathbf{v} \quad (8)$$

Passivität des geregelten Systems und für $\mathbf{v} \equiv \mathbf{0}$ Stabilität nach Ljapunow auf einem durch $\{\mathbf{x} | H_d(\mathbf{x}) \leq \bar{c}\}$ abgeschätzten Gebiet zeigen. \bar{c} ist dabei der größte Wert von $H_d(\mathbf{x})$, für den die Äquipotentialflächen um die Ruhelage \mathbf{x}^* geschlossen sind. Ist zudem die größte in

$$\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | (\nabla H_d(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}_d(\mathbf{x}) \nabla H_d(\mathbf{x}) = 0\} \quad (9)$$

enthaltene invariante Untermenge die Ruhelage selbst, dann ist das geregelte System asymptotisch stabil.

Aus dem Vergleich von (1a) mit (6a) ergeben sich die Bestimmungsgleichungen

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} \stackrel{!}{=} (\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x}))\nabla H_d(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{v}. \quad (10)$$

Da für $m < n$ die Spalten von $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ nur einen Unterraum des Zustandsraums aufspannen, bleibt ein Teil der Dynamik durch Zustandsrückführung unverändert. Die *Restriktionsgleichungen*

$$\mathbf{G}^\perp(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{G}^\perp(\mathbf{x})(\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x}))\nabla H_d(\mathbf{x}), \quad (11)$$

die sich aus der Multiplikation von (10) mit einem Linksannihilator $\mathbf{G}^\perp(\mathbf{x}): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$ mit $\mathbf{G}^\perp(\mathbf{x})\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ ergeben, drücken diese Einschränkung aus. In diesem Satz von $n-m$ linearen PDgln. erster Ordnung für die Energie $H_d(\mathbf{x})$ des geregelten Systems müssen die Matrizen $\mathbf{J}_d(\mathbf{x})$ und $\mathbf{R}_d(\mathbf{x})$ so gewählt sein, dass eine Lösung existiert und diese (7) erfüllt. Die Lösung

$$H_d(\mathbf{x}) = H_d^p(\mathbf{x}) + \Phi(\mathbf{z}_\alpha) \quad (12)$$

setzt sich aus einem partikulären und einem homogenen Anteil $\Phi(\mathbf{z}_\alpha)$ zusammen, wobei letzterer in den Koordinaten \mathbf{z}_α , welche die Grundcharakteristiken der PDgln. beschreiben, frei wählbar ist. $\Phi(\mathbf{z}_\alpha)$ ist so zu formen, dass mit

$$\nabla H_d(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad \left. \frac{\partial^2 H_d(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} \right|_{\mathbf{x}^*} > 0 \quad (13)$$

der Gradient der Energie in \mathbf{x}^* verschwindet und ihre Hesse-Matrix dort positiv definit wird. Weiterhin ist mit der Wahl von $\Phi(\mathbf{z}_\alpha)$ z. B. eine Maximierung des Einzugsbereiches von \mathbf{x}^* anzustreben. Die statische nichtlineare Zustandsrückführung, die (1a) in das PH-System (6) transformiert, berechnet sich schließlich (ohne \mathbf{x}) aus

$$\alpha = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T ((\mathbf{J}_d - \mathbf{R}_d) \nabla H_d - \mathbf{f}). \quad (14)$$

Wird für die Lösung von (11) die Form von $H_d(\mathbf{x})$ völlig frei gelassen, so spricht man vom *nichtparametrischen* Ansatz, im Gegensatz zum *parametrischen*, bei dem die Struktur von $H_d(\mathbf{x})$ vorgegeben wird, etwa als Summe aus potentieller und kinetischer Energie bei mechanischen Systemen. Da $H_d(\mathbf{x})$ selbst zunächst unbekannt ist, ergibt sich auch der kollokierte Ausgang (6b) erst aus der Lösung der Restriktionsgleichungen.

Beim eher unüblichen *algebraischen* Ansatz hingegen wird die gewünschte Energie $H_d(\mathbf{x})$ und dadurch der Ausgang (6b) des geregelten Systems von Anfang an festgelegt. Die Restriktionsgleichungen (11) werden algebraisch und sind nach den Matrizen $\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) = -\mathbf{J}_d^T(\mathbf{x})$ und $\mathbf{R}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{R}_d^T(\mathbf{x}) \geq 0$ aufzulösen. Ist das ursprüngliche System mit neuem Ausgang (1a, 6b) jedoch nicht feedback-äquivalent zu einem passiven System, weil etwa nicht-minimalphasig, dann scheitert der Versuch, indem die Lösung keine positiv semidefinite Dämpfungsmatrix ergibt. Das System lässt sich in diesem Fall nicht durch Zustandsrückführung in ein passives PH-System (6) überführen.

Durch das anfängliche Offenlassen der Ausgangsgrößen eignet sich IDA-PBC insbesondere für Systeme, deren physikalische Modellierung auf eine nicht-minimalphasige Zustandsdarstellung führt. Als Beispiel sei das in einer instabilen Ruhelage gehaltene unteraktuierte Doppelpendel [21] genannt, das mit der Wahl des ersten Gelenkwinkels als „natürliche“ Ausgangsgröße eine instabile Nulldynamik hat. Mit IDA-PBC lässt sich das System jedoch stabilisieren, wobei der kollokierte Ausgang sich als Funktion der Gelenkgeschwindigkeiten bzw. mechanischen Impulse ergibt.

Ein Hindernis beim IDA-PBC-Entwurf ist die Lösung der PDGln. bzw. schon die Beurteilung der *Lösbarkeit* für eine gegebene Parameterisierung der Matrizen $\mathbf{J}_d(\mathbf{x})$ und $\mathbf{R}_d(\mathbf{x})$. Sind die Restriktionsgleichungen (11) lösbar für eine beliebige *Entwurfsmatrix*

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{x}) := \mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x}), \quad (15)$$

lässt sich also durch Zustandsrückführung (1a) in ein *Pseudo-Gradienten-System* [18]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_d(\mathbf{x}) \nabla H_d(\mathbf{x}) \quad (16)$$

überführen, dann spricht man von Feedback-Äquivalenz zu letzterem. Ist zudem die Dämpfungsmatrix in (15) positiv semidefinit, so ist (1a) feedback-äquivalent zu einem PH-System. Die Lösbarkeit der Restriktionsgleichungen lässt sich mit folgender Bedingung überprüfen:

Satz 1 (siehe [18]). *Das System (1a) ist genau dann feedback-äquivalent zu (16), wenn mit*

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) := \mathbf{G}^\perp(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad \text{und} \quad \mathbf{W}(\mathbf{x}) := \mathbf{G}^\perp(\mathbf{x})\mathbf{F}_d(\mathbf{x}) \quad (17)$$

aus den Restriktionsgleichungen die Distributionen

$$\Delta = \text{inv span}\{\mathbf{W}^T(\mathbf{x})\} \quad \text{und} \quad \tilde{\Delta} = \text{inv span}\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{W}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \end{bmatrix}\right\} \quad (18)$$

gleiche Dimension haben. *inv span* bezeichnet den involutiven Abschluss der durch die Spaltenvektoren jeweils aufgespannten Distributionen.

Zu beachten ist, dass die Lösbarkeit der PDGln. und damit die Feedback-Äquivalenz zunächst eine lokale Eigenschaft ist, die in der Umgebung eines Punktes gilt, an dem die obige Involutivitätsbedingung erfüllt ist.

2.3 Anwendungsbeispiele

Passivitätsbasierte Verfahren wurden auf eine Reihe technischer Systeme erfolgreich angewandt. Neben Leistungselektronik [3], elektromechanischen [14] oder Energieübertragungssystemen [16] gibt es zur Klasse der unteraktuierten mechanischen Systeme eine Vielzahl von Arbeiten, z. B. [17; 21]. Weiterhin wird IDA-PBC zur Regelung verteilt-parametrischer Systeme [9; 11] eingesetzt sowie in Kombination mit einer Vorsteuerung zur exakten Folgeregelung [10; 19].

3 Parametrierung von IDA-PBC

Mit der Anwendung von IDA-PBC sind einige Schwierigkeiten verbunden:

- Die Lösbarkeit der Restriktionsgleichungen ist meist nicht unmittelbar ersichtlich und muss für jede Parameterisierung der Entwurfsmatrix (15) geprüft werden.
- Mit mindestens n^2 Parametern oder Funktionen in (15) steht eine unübersichtliche Entwurfsmatrix zur Verfügung, zumal die resultierende Energiefunktion selbst von Parametern der Entwurfsmatrix abhängt.
- Zwar haben Struktur- und Dämpfungsmatrix eine physikalische Interpretation, doch bietet ihre Parameterisierung ohne Kenntnis der erst später berechneten Energie wenig Aufschluss über das tatsächliche dynamische Verhalten des geregelten Systems.

Es besteht also die Notwendigkeit einer *systematischen* Parameterisierung von IDA-PBC, um die hohe Anzahl der Entwurfsparameter gezielt zur Realisierung gewünschter dynamischer Verhaltens, aber auch weiterer Entwurfsziele, wie Maximierung des Einzugsbereichs der Ruhelage, zu nutzen. Der hier vorgestellte Ansatz für eine *konstante* Parameterisierung von \mathbf{F}_d sieht vor:

- die sukzessive Einschränkung der Entwurfsmatrix \mathbf{F}_d unter Berücksichtigung der Lösbarkeit der Restriktionsgleichungen und der Ausbildung der stabilen Ruhelage in \mathbf{x}^* und
- die Festlegung der verbleibenden freien Parameter anhand einer lokal linearen Wunschkennlinie für das geregelte System.

Letzteres führt mit Hilfe einer geeigneten Koordinatentransformation auf ein lineares Gleichungssystem zur Parameterisierung von IDA-PBC.

3.1 Systemklasse

Betrachtet werden Systeme (1a), deren Zustandsvektor sich in *aktuierte* und *unaktuierte* Koordinaten $\mathbf{x}_\alpha \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{x}_v \in \mathbb{R}^{n-m}$ aufspalten lässt, wobei der Eingang \mathbf{u} nur auf die aktuierten Zustände unmittelbar wirkt:

$$\dot{\mathbf{x}}_\alpha = \mathbf{f}_\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{u} \quad (19a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_v = \mathbf{f}_v(\mathbf{x}). \quad (19b)$$

Ein beliebiges steuerungsaffines System lässt sich (lokal) durch Zustandstransformation in obige Darstellung bringen, wenn die Spalten der Eingangsmatrix in der Umgebung der gewünschten Ruhelage involutiv sind. Viele Systeme, insbesondere solche mit konstanter Eingangsmatrix, erfüllen diese Bedingung. Ein Gegenbeispiel ist das Modell eines VTOL-Fluggeräts [17].

3.2 Reduktion der Entwurfsparameter

Gesucht wird eine nichtlineare Zustandsrückführung $\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$, sodass das geregelte System mit der gewünschten Ruhelage \mathbf{x}^* durch

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{J}_d - \mathbf{R}_d) \nabla H_d(\mathbf{x}) \quad (20)$$

mit konstanten Matrizen \mathbf{J}_d und \mathbf{R}_d beschrieben ist und $H_d(\mathbf{x})$ in \mathbf{x}^* ein echtes Minimum aufweist. Die Entwurfsmatrix $\mathbf{F}_d := \mathbf{J}_d - \mathbf{R}_d$ wird entsprechend (19) durch

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_\alpha \\ \mathbf{F}_\nu \end{bmatrix} \quad (21)$$

in einen oberen *aktuierten* und einen unteren *unaktuierten* Teil aufgespalten. Die Untermatrizen

$$\mathbf{F}_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1^T \\ \vdots \\ \alpha_m^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad \mathbf{F}_\nu = \begin{bmatrix} \nu_1^T \\ \vdots \\ \nu_{n-m}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n} \quad (22)$$

werden aus Zeilenvektoren konstanter Parameter gebildet, die in den (Spalten-)Vektoren

$$\boldsymbol{\alpha} := [\alpha_1^T \dots \alpha_m^T]^T, \quad \boldsymbol{\nu} := [\nu_1^T \dots \nu_{n-m}^T]^T \quad (23)$$

zusammengefasst sind. Die freie Parametrierbarkeit der Teilmatrizen von $\mathbf{F}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\nu})$ wird der Übersicht halber nur durch den Subskript in \mathbf{F}_α und \mathbf{F}_ν ausgedrückt.

Für die betrachtete Systemklasse und unter Verwendung des einfachsten Annihilators $\mathbf{G}^\perp = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}] \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$ lauten die Restriktionsgleichungen

$$\mathbf{f}_\nu(\mathbf{x}) = \mathbf{F}_\nu \nabla H_d(\mathbf{x}). \quad (24)$$

Ihre Lösung

$$H_d(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}) = H_d^p(\boldsymbol{\nu}, \mathbf{x}) + \Phi(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}_\alpha) \quad (25)$$

hängt neben $\boldsymbol{\nu}$ von einem Vektor $\boldsymbol{\mu}$ freier Parameter der beliebig wählbaren Ansatzfunktion Φ für die homogene Lösung ab. Für eine konstante, reguläre Entwurfsmatrix \mathbf{F}_d ergibt sich \mathbf{z}_α als Teil des transformierten Zustandsvektors $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_\alpha \ \mathbf{z}_\nu]^T$ mit $\mathbf{x} = \mathbf{F}_d^T \mathbf{z}$ (siehe nächster Abschnitt). Um die Bedingungen (13) für die zweifach stetig differenzierbare Energie H_d zu erfüllen, ist einerseits

$$0 = \left. \frac{\partial H_d(\mathbf{F}_d^T \mathbf{z})}{\partial z_i} \right|_{\mathbf{z}^*}, \quad i = 1, \dots, n \quad (26)$$

notwendig, andererseits muss durch die zweiten Ableitungen der in den \mathbf{z}_α -Koordinaten geformten Lösung

$$\kappa_{ij} = \kappa_{ji} = \left. \frac{\partial^2 H_d(\mathbf{F}_d^T \mathbf{z})}{\partial z_{\alpha,i} \partial z_{\alpha,j}} \right|_{\mathbf{z}^*}, \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, m, \\ j = 1, \dots, i \end{matrix} \quad (27)$$

die Hessematrix von H_d in $\mathbf{x}^* = \mathbf{F}_d^T \mathbf{z}^*$ positiv definit werden. Damit sind die κ_{ij} weitere Entwurfparameter des IDA-PBC-Ansatzes, die im Vektor $\boldsymbol{\kappa} \in \mathbb{R}^{(m^2+m)/2}$ zusammengefasst werden. Sie bestimmen das lokale Verhalten des geregelten Systems. Gewünschte Werte von $\boldsymbol{\kappa}$ lassen sich durch einen Teil der Parameter $\boldsymbol{\mu}$ der Ansatzfunktion realisieren. $\boldsymbol{\mu}$ enthält zudem Parameter, mit denen die Gestalt von H_d im Großen zu beeinflussen und (26) zu erfüllen ist. Dass letzteres durch entsprechende Wahl von $\boldsymbol{\mu}$ stets möglich ist, wird im Folgenden angenommen. Damit enthält der Vektor

$$\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\alpha}^T \ \boldsymbol{\nu}^T \ \boldsymbol{\kappa}^T]^T \in \mathbb{R}^{n^2+(m^2+m)/2} \quad (28)$$

alle Entwurfparameter, die so festzulegen sind, dass

- Lösbarkeit der Restriktionsgleichungen,
 - Dissipativität des geregelten Systems und
 - Stabilität der gewünschten Ruhelage
- gegeben sind. Um die zunächst unübersichtliche Entwurfsfreiheit in der Wahl der Parameter *systematisch zu reduzieren*, werden folgende Untermengen definiert:

Definition 1. Die Menge zulässiger Parameter

$$\Theta_{pde} = \{\boldsymbol{\theta} \mid \exists H_d, \mathbf{f}_\nu(\mathbf{x}) = \mathbf{F}_\nu \nabla H_d(\mathbf{x})\} \quad (29)$$

enthält alle Entwurfparameter $\boldsymbol{\theta}$, für die eine Lösung der Restriktionsgleichungen (24) existiert.

Die Lösbarkeit von (24) hängt nur von den Parametern $\boldsymbol{\nu}$ ab. Die Bedingung dafür im Fall konstanter Matrizen \mathbf{F}_ν wird im folgenden Abschnitt angegeben.

Definition 2. Die Menge geeigneter Parameter

$$\Theta_{rd} = \{\boldsymbol{\theta} \in \Theta_{pde} \mid \mathbf{R}_d = -\frac{1}{2}(\mathbf{F}_d + \mathbf{F}_d^T) \geq 0\} \quad (30)$$

enthält alle Entwurfparameter $\boldsymbol{\theta}$, für die eine Lösung der Restriktionsgleichungen (24) bei positiv semidefiniter Dämpfungsmatrix \mathbf{R}_d existiert.

Diese weitere Einschränkung betrifft die Parameter $\boldsymbol{\alpha}$ und $\boldsymbol{\nu}$. Zur Überprüfung der Semidefinitheit von \mathbf{R}_d ist eine Berechnung der Eigenwerte nötig. Wird jedoch die Struktur der Dämpfungsmatrix durch Festlegung einiger Parameter vereinfacht, so lässt sich $\mathbf{R}_d \geq 0$ auch über die Definitheit der entsprechenden Unterdeterminanten überprüfen. Dabei entstehen durch die Symmetrie der Matrix Kopplungen zwischen den Elementen von $\boldsymbol{\alpha}$ und $\boldsymbol{\nu}$ in Form von (Un-)Gleichungen.

Definition 3. Die Menge stabilisierender Parameter

$$\Theta_{sta} = \{\boldsymbol{\theta} \in \Theta_{rd} \mid \mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x}} H_d(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x})\} \quad (31)$$

enthält alle Entwurfparameter $\boldsymbol{\theta}$, für die eine Lösung der Restriktionsgleichungen (24) bei positiv semidefiniter Dämpfungsmatrix \mathbf{R}_d existiert, die zudem ein echtes Minimum der Energie in der gewünschten Ruhelage gewährleisten.

Die Einschränkung auf stabilisierende Parameter betrifft die Form der Energiefunktion H_d und somit die Teilvektoren $\boldsymbol{\nu}$ und $\boldsymbol{\kappa}$. Die so definierte Menge schließt alle möglichen Parametersätze $\boldsymbol{\theta}$ ein, für die die drei Bedingungen erfüllt sind. Praktikabel ist jedoch, nach der Einschränkung auf geeignete Parameter – und gegebenenfalls einer weiteren Vereinfachung der Dämpfungsmatrix – die Lösung von (24) in Abhängigkeit der offenen Parameter zu berechnen und die entsprechende Untermenge Θ_{sta} zu ermitteln. Werden Parameter $\boldsymbol{\theta} \in \Theta_{sta}$ in den IDA-PBC-Ansatz eingesetzt, dann stabilisiert das an die Systemklasse angepasste nicht-lineare Regelgesetz (14)

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}_\alpha(\boldsymbol{\alpha}) \nabla H_d(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}) - \mathbf{f}_\alpha(\mathbf{x}) \quad (32)$$

die Ruhelage auf einem durch H_d abgeschätzten Gebiet. Die sich aus der Definition der Untermengen ergebende schrittweise Reduktion der Entwurfsparameter kann um die Zuweisung lokaler linearer Wunschdynamik ergänzt werden. Die daraus resultierende zusätzliche Einschränkung in der Wahl der Parameter lässt sich, wie im folgenden Abschnitt beschrieben, dazu nutzen, stabilisierende Entwurfsparameter unmittelbar aus einem linearen Gleichungssystem zu gewinnen, ohne die Restriktionsgleichungen lösen zu müssen.

3.3 Vorgabe lokaler linearer Dynamik

Die folgenden Ergebnisse beruhen auf dem Ansatz, die Linearisierung des geregelten Systems mit einem linearen Wunschsystem mit vorgegebener, asymptotisch stabiler Dynamikmatrix \mathbf{A}_d zu vergleichen:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\nu}) \mathbf{Q}_d(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\kappa}) \Delta \mathbf{x} \stackrel{!}{=} \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}. \quad (33)$$

Dabei ist

$$\mathbf{Q}_d(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\kappa}) = \left. \frac{\partial^2 H_d(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} \right|_{\mathbf{x}^*} \quad (34)$$

die Hesse-Matrix der Energie des geregelten Systems. Gelingt es, irgendwelche Parameter $\boldsymbol{\theta}$ zu finden, die Gl. (33) lösen, dann ist die Ruhelage \mathbf{x}^* des geregelten nichtlinearen Systems nach der indirekten Methode von Ljapunow asymptotisch stabil. Da jedoch mit IDA-PBC Stabilität der Ruhelage in einem gut abgeschätzten (und möglichst großen) Einzugsbereich erzielt werden soll, muss (33) nach stabilisierenden Parametern $\boldsymbol{\theta} \in \Theta_{sta}$ aufgelöst werden, damit H_d Ljapunow-Funktion des geregelten Systems ist.

Analog zu (19) wird auch die Wunsch-Dynamikmatrix in aktuierte und unaktuierte Untermatrizen aufgeteilt. Dabei bleibt letztere gegenüber der Linearisierung des Originalsystems unverändert:

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\alpha \\ \mathbf{A}_\nu \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{A}_\nu = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_\nu(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^*}. \quad (35)$$

Damit \mathbf{A}_d asymptotisch stabil vorgegeben werden kann, ist voller Zeilenrang von \mathbf{A}_ν nötig⁴.

Annahme 1. Die Jacobi-Matrix der unaktuierten Dynamik in der Ruhelage \mathbf{x}^* hat Höchststrang $n-m$.

Für die folgende Koordinatentransformation fordern wir zudem Regularität der Entwurfsmatrix \mathbf{F}_d :

Annahme 2. Die PDgln. (24) sind lösbar für Parameter $\boldsymbol{\nu}$, die Rang $\mathbf{F}_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\nu}) = n$ erlauben.

Unter diesen Annahmen lässt sich die Bestimmungsgleichung (33) mit Hilfe einer linearen Koordinatentransformation als lineares Gleichungssystem für die Entwurfsparameter $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\nu}$ und $\boldsymbol{\kappa}$ darstellen.

⁴ \mathbf{A}_ν kann Rangabfall haben und die unaktuierte Dynamik trotzdem stabil sein, z. B. $\dot{x}_\nu = -(x_\nu)^3$ für $x_\nu^* = 0$. Dieser (Sonder-)Fall soll hier jedoch nicht betrachtet werden.

Satz 2. Die lineare Koordinatentransformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_d^T \mathbf{z} \quad (36)$$

liefert die neuen Koordinaten $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_\alpha^T \ \mathbf{z}_\nu^T]^T$, wobei der Teilvektor $\mathbf{z}_\alpha \in \mathbb{R}^m$ die Grundcharakteristiken der Restriktionsgleichungen beschreibt.

Beweis. Mit $\bar{\mathbf{f}}_\nu(\mathbf{z}) = \mathbf{f}_\nu(\mathbf{F}_d^T \mathbf{z})$ und $\nabla_z \bar{H}_d(\mathbf{z}) = \mathbf{F}_d \nabla_x H_d(\mathbf{x}) \circ (\mathbf{F}_d^T \mathbf{z})$ lauten die PDgln. (24)

$$\bar{\mathbf{f}}_\nu(\mathbf{z}) = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}] \nabla_z \bar{H}_d(\mathbf{z}) = \nabla_{\mathbf{z}_\nu} \bar{H}_d(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu). \quad (37)$$

Die homogene Lösung dieser PDgln. hängt offensichtlich nicht von \mathbf{z}_ν ab, es gilt $\Phi = \Phi(\mathbf{z}_\alpha)$. Damit beschreiben die Koordinaten \mathbf{z}_α die Grundcharakteristiken von (24). ■

Mit Hilfe dieser Transformation auf Normalkoordinaten⁵ lässt sich auch sehr einfach die Lösbarkeit von (24) beurteilen und damit die Menge der zulässigen Parameter Θ_{pde} ermitteln.

Satz 3. Die PDgln. (24) mit stetig differenzierbarem Quellterm $\mathbf{f}_\nu(\mathbf{x})$ besitzen genau dann eine Lösung, wenn

$$L_{\nu_i} f_{\nu_j}(\mathbf{x}) - L_{\nu_j} f_{\nu_i}(\mathbf{x}) = 0, \quad \forall i, j = 1, \dots, n-m \quad (38)$$

gilt, wobei $L_{\nu_i} f_{\nu_j}(\mathbf{x})$ die Lie-Ableitung des j -ten Elements von $\mathbf{f}_\nu(\mathbf{x})$ in Richtung des i -ten Spaltenvektors $\boldsymbol{\nu}_i$ von \mathbf{F}_d^T bezeichnet.

Beweis. Ist $\bar{H}_d(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu)$ zweifach stetig differenzierbare Lösung der $n-m$ PDgln. (37), dann gilt nach dem Satz von Schwarz Vertauschbarkeit der partiellen Ableitungen, also

$$\frac{\partial}{\partial z_{\nu,i}} \left(\frac{\partial}{\partial z_{\nu,j}} \bar{H}_d(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu) \right) = \frac{\partial}{\partial z_{\nu,j}} \left(\frac{\partial}{\partial z_{\nu,i}} \bar{H}_d(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu) \right) \quad (39)$$

für $i, j = 1, \dots, n-m$ und somit auch

$$\frac{\partial}{\partial z_{\nu,i}} \bar{f}_{\nu,j}(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu) = \frac{\partial}{\partial z_{\nu,j}} \bar{f}_{\nu,i}(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu). \quad (40)$$

In die ursprünglichen x -Koordinaten transformiert ergibt sich die Bedingung (38). ■

Damit \mathbf{x}^* Ruhelage des geregelten Systems ist, muss dort als erste Bedingung $\nabla_x H_d(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ gelten.

Satz 4. Gilt $\mathbf{f}_\nu(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$, dann lässt sich $\nabla_x H_d(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ durch Formen der homogenen Lösung $\Phi(\mathbf{z}_\alpha)$ realisieren.

Beweis. Mit $\mathbf{f}_\nu(\mathbf{x}^*) = \bar{\mathbf{f}}_\nu(\mathbf{z}^*) = \mathbf{0}$ gilt nach Gl. (37) auch $\nabla_{\mathbf{z}_\nu} \bar{H}_d(\mathbf{z}_\alpha^*, \mathbf{z}_\nu^*) = \mathbf{0}$. Die restlichen partiellen Ableitungen in $\nabla_{\mathbf{z}_\alpha} \bar{H}_d(\mathbf{z}_\alpha, \mathbf{z}_\nu)$ verschwinden durch geeignete Festlegung der freien homogenen Lösung $\Phi(\mathbf{z}_\alpha)$. Rücktransformation ergibt $\nabla_x H_d(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$. ■

Für die Zuweisung der lokalen Dynamikmatrix \mathbf{A}_d nach (33) und den Nachweis, dass die geformte Energie $H_d(\mathbf{x})$ ein Minimum in \mathbf{x}^* hat, ist die Kenntnis der Hesse-Matrix

⁵ Die Vektoren $\boldsymbol{\nu}_1, \dots, \boldsymbol{\nu}_{n-m}$ des Hauptteils der PDgln. transformieren zu Einheitsvektoren.

Q_d erforderlich. Deren Gestalt lässt sich in z -Koordinaten ohne Berechnung der Lösung H_d angeben.

Satz 5. Die Hesse-Matrix der Energie \bar{H}_d in z -Koordinaten hat die Gestalt

$$\bar{Q}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{X}_1^T \\ \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

mit den Untermatrizen

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{A}_v \mathbf{F}_\alpha^T, \quad \mathbf{X}_2 = \mathbf{A}_v \mathbf{F}_v^T, \quad (42)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \dots & \kappa_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \kappa_{1m} & \dots & \kappa_{mm} \end{bmatrix}. \quad (43)$$

Dabei sind κ_{ij} die Ableitungen 2. Ordnung von \bar{H}_d nach z_α , die durch $\Phi(z_\alpha)$ frei einstellbar sind.

Beweis. Linearisierung der Restriktionsgleichungen liefert $\mathbf{A}_v = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}] \mathbf{F}_d \mathbf{Q}_d$. Multiplikation von rechts mit \mathbf{F}_d^T ergibt $\mathbf{A}_v \mathbf{F}_d^T = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}] \bar{Q}_d$, mit $\bar{Q}_d = \mathbf{F}_d \mathbf{Q}_d \mathbf{F}_d^T$ der auf z -Koordinaten transformierten Hesse-Matrix. Die letzten $n-m$ Zeilen von \bar{Q}_d sind dann $\mathbf{A}_v \mathbf{F}_d^T = [\mathbf{A}_v \mathbf{F}_\alpha^T \ \mathbf{A}_v \mathbf{F}_v^T] =: [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2]$. In den ersten m Zeilen steht wegen der Symmetrie von \bar{Q}_d rechts \mathbf{X}_1^T und links die symmetrische Matrix \mathbf{K} der durch $\Phi(z_\alpha)$ frei vorgebbaren Ableitungen 2. Ordnung nach z_α . ■

Damit lässt sich der aktuierte Teil der Bestimmungsgleichungen (33) für die Zuweisung von \mathbf{A}_d als lineares Gleichungssystem für die gesuchten Parameter α , v und κ formulieren. Weiterhin reicht es aus, die Lösung des Gleichungssystems auf positive Semidefinitheit der Dämpfungsmatrix zu überprüfen.

Satz 6. Gegeben ist eine zulässige Parametrierung $\theta \in \Theta_{pde}$ des IDA-PBC-Ansatzes. Die sich daraus ergebende Matrix \mathbf{F}_d sei regulär. Lässt sich dann das lineare Gleichungssystem, das durch die Matrixgleichung

$$[\mathbf{A}_\alpha \mathbf{F}_\alpha^T \ \mathbf{A}_\alpha \mathbf{F}_v^T] - [\mathbf{K} \ \mathbf{X}_1^T] = [\mathbf{0} \ \mathbf{0}], \quad (44)$$

mit \mathbf{A}_α aus einer asymptotisch stabilen Matrix \mathbf{A}_d gemäß (35), gegeben ist, nach geeigneten Parametern α , v und κ auflösen, dann sind diese gleichzeitig stabilisierende Entwurfsparameter.

Beweis. Gleichung (44) ergibt sich aus dem auf z -Koordinaten transformierten aktuierten Teil von Gl. (33), die Elemente von α , v , κ treten darin linear auf. Lässt sich (44) nach diesen auflösen, dann gilt für das mit diesen Parametern geregelte System $\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}$ um \mathbf{x}^* . Die resultierende Hesse-Matrix \mathbf{Q}_d beschreibt die quadratische Näherung der Energie $\Delta H_d = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_d \Delta \mathbf{x}$. Ableiten liefert $\Delta \dot{H}_d = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T (\mathbf{A}_d^T \mathbf{Q}_d + \mathbf{Q}_d \mathbf{A}_d) \Delta \mathbf{x}$. Die quadratische Näherung der Dissipationsungleichung (8) hingegen ist $\Delta \dot{H}_d = -\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_d \mathbf{R}_d \mathbf{Q}_d \Delta \mathbf{x}$. Der Vergleich beider Gleichungen führt auf die Ljapunow-Gleichung

$$\mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{A}_d^T + \mathbf{A}_d \mathbf{Q}_d^{-1} + 2\mathbf{R}_d = \mathbf{0}, \quad (45)$$

die nach [15] für eine asymptotisch stabile Matrix \mathbf{A}_d und $\mathbf{R}_d \geq \mathbf{0}$ eine positiv semidefinite Lösung $\mathbf{Q}_d^{-1} \geq \mathbf{0}$ besitzt, bzw. eine positiv definite Lösung $\mathbf{Q}_d^{-1} > \mathbf{0}$, falls zusätzlich das Paar $(\mathbf{A}_d, \mathbf{R}_d)$ steuerbar ist. Da aus der Lösbarkeit von $\mathbf{A}_d = \mathbf{F}_d \mathbf{Q}_d$ für eine stabile Matrix \mathbf{A}_d voller Rang von \mathbf{F}_d , \mathbf{Q}_d und somit \mathbf{Q}_d^{-1} folgt, muss $\mathbf{Q}_d^{-1} > \mathbf{0}$ und entsprechend $\mathbf{Q}_d > \mathbf{0}$ gelten, sowie $(\mathbf{A}_d, \mathbf{R}_d)$ steuerbar. Liefert die Lösung von (44) also geeignete Parameter, für die $\mathbf{R}_d \geq \mathbf{0}$ gilt, dann hat wegen $\mathbf{Q}_d > \mathbf{0}$ auch die Energie- und damit Ljapunow-Funktion H_d ein Minimum in \mathbf{x}^* und es handelt sich gleichzeitig um stabilisierende Parameter. ■

Findet man also Parameter α , v , κ , die (44) lösen und dabei $\mathbf{R}_d \geq \mathbf{0}$ sichern, dann ist gleichzeitig $\mathbf{Q}_d > \mathbf{0}$ gezeigt. Dem nichtlinearen System (19) wird also nicht nur die lokale Dynamik $\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}$ verliehen, das so parametrisierte IDA-PBC-Regelgesetz sichert auch Stabilität der Ruhelage \mathbf{x}^* auf einem durch die Energiefunktion $H_d(v, \kappa, \mathbf{x})$ abgeschätzten Gebiet. Wegen der Vielzahl der freien Parameter ist (44) in der Regel unterbestimmt, weshalb einige Parameter weiterhin nach anderen Kriterien, etwa der Form der Energie oder der Struktur von \mathbf{R}_d , festzulegen sind. Hervorzuheben ist, dass unter Verwendung von Satz 6 die aufwendige Überprüfung der Definitheit von \mathbf{Q}_d in Abhängigkeit der Entwurfsparameter entfällt. Die Anwendung der vorgestellten Methode wird an folgendem Beispiel demonstriert.

4 Beispiel: Schwebende Kugel

Der Versuch besteht aus einem Topfmagneten, bestrahlt über eine pulsweitenmoduliert angesteuerte H-Brückenschaltung im Einquadrantenbetrieb, einem Laser-Distanzsensor sowie einer Datenerfassungskarte und je einem Host-/Target-Rechner zur Programmierung bzw. Ausführung des Regelalgorithmus.

4.1 Modellierung

Der Streufluss zwischen den magnetischen Polen darf auch für kleine Abstände x der Kugel nicht vernachlässigt werden. Die Induktivität der Anordnung liegt zwischen $L_\infty > 0$ ohne Kugel und $L_0 < \infty$ bei am Magneten anliegender Kugel. Ein möglicher Ansatz ist

$$L(x) = L_\infty + \Delta L(x), \quad \Delta L(x) = \frac{a}{b+x}. \quad (46)$$

Die magnetische Kraft $F_{mag}(x)$ berechnet sich für linear magnetisches Material etwa durch

$$F_{mag}(x) = \frac{\partial}{\partial x} W_{mag}^*(i, x) = \frac{1}{2} L'(x) i^2, \quad (47)$$

bzw. mit dem verketteten Fluss $\phi = L(x)i$ aus

$$F_{mag}(x) = -\frac{\partial}{\partial x} W_{mag}(\phi, x) = \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L^2(x)} L'(x), \quad (48)$$

mit W_{mag} und W_{mag}^* der magnetischen (Ko-)Energie.

Mit den Zustandsvariablen $\phi =: x_1$, $x =: x_2$ und dem mechanischen Impuls $p =: x_3$ lautet die Gesamtenergie

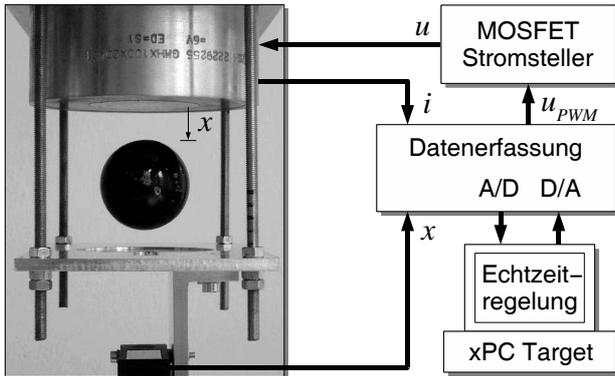


Bild 1 Foto und Schema des Laborversuchs.

Tabelle 1 Streckenparameter.

L_∞/mH	a/Hm	b/m	r/Ω	m/kg
55	$7,8 \times 10^{-5}$	$4,8 \times 10^{-3}$	2,2	0,084

$H = W_{\text{mag}} + W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}}$ der Anordnung

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \frac{x_1^2}{L(x_2)} - mgx_2 + \frac{1}{2} \frac{x_3^2}{m} \quad (49)$$

mit m der Masse der Kugel und g der Erdbeschleunigung. Aus den Differentialgleichungen für den elektrischen Kreis mit ohmsch-induktiver Last und das mechanische Teilsystem ergibt sich die Zustandsdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \nabla H(\mathbf{x}) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (50)$$

in PH-Form, wobei r den ohmschen Widerstand darstellt. Die Stellgröße ist die Spannung am elektrischen Kreis. Zu beachten ist – obwohl nicht aus der Strukturmatrix ersichtlich – dass elektrisches und mechanisches Teilsystem über die Ausdrücke von Induktivität und magnetischer Kraft miteinander verknüpft sind. In den alternativen Koordinaten $\mathbf{x} = [i \ x \ \dot{x}]^T$ ist diese Verknüpfung auch in der Strukturmatrix sichtbar, die wie (55) besetzt ist, jedoch von $L(x)$ bzw. $L'(x)$ abhängt. Die Streckenparameter sind in Tabelle 1 enthalten.

4.2 Reglerentwurf mit IDA-PBC

In bestehenden Arbeiten wie [6] wird meist der Streufluss vernachlässigt, d. h. $L_\infty = 0$, was auf eine polynomiale Energiefunktion $H_d(\mathbf{x})$ führt. Mit der hier angesetzten Induktivität ergibt sich dagegen eine etwas kompliziertere Lösung der Restriktionsgleichungen.

Lösbarkeit der Restriktionsgleichungen

Mit dem einfachsten Annihilator und der Matrix \mathbf{F}_d

$$\mathbf{G}^\perp = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} \alpha_1^T \\ \mathbf{v}_1^T \\ \mathbf{v}_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu_3 \\ \nu_4 & \nu_5 & \nu_6 \end{bmatrix}, \quad (51)$$

lauten die Restriktionsgleichungen (24)

$$\begin{bmatrix} f_{\nu,1}(\mathbf{x}) \\ f_{\nu,2}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \nabla H(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \nu_1 & \nu_2 & \nu_3 \\ \nu_4 & \nu_5 & \nu_6 \end{bmatrix} \nabla H_d(\mathbf{x}). \quad (52)$$

Die Überprüfung der Lösbarkeit für konstante ν_i , $i = 1, \dots, 6$ gemäß Gl. (38) liefert die Forderung

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu_6 = 0. \quad (53)$$

Definitheit der Dämpfungsmatrix

Für die Dämpfungsmatrix $\mathbf{R}_d = -\frac{1}{2}(\mathbf{F}_d + \mathbf{F}_d^T)$ lässt sich mit den verbleibenden Parametern durch

$$\alpha_1 \leq 0, \quad \alpha_2 = 0, \quad \alpha_3 = -\nu_4 \quad \text{und} \quad \nu_5 = -\nu_3 \quad (54)$$

positive Semidefinitheit sicherstellen. Damit lautet die Parametrierung der Struktur- und Dämpfungsmatrix

$$\mathbf{J}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\nu_4 \\ 0 & 0 & \nu_3 \\ \nu_4 & -\nu_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_d = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (55)$$

Somit ergeben sich Freiheitsgrade für den Austausch der zu bestimmenden Energie H_d zwischen allen Zustandsgrößen, sowie ein Parameter für die Dissipation.

Vorgabe lokaler Dynamik

Die Linearisierung des unregulierten Systems an einer durch x_2^* vorgegebenen Ruhelage liefert eine Dynamikmatrix \mathbf{A} , deren unaktuierter Teil

$$\mathbf{A}_\nu = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

vollen Rang 2 hat. Die Entwurfsmatrix \mathbf{F}_d ist mit von Null verschiedenen zulässigen Parametern α_1 , ν_3 und ν_4 regulär, sodass die lineare Transformation $\mathbf{x} = \mathbf{F}_d^T \mathbf{z}$ invertierbar ist. Damit ist nach Satz 5 die Hesse-Matrix der gesuchten Energie H_d in z -Koordinaten

$$\tilde{\mathbf{Q}}_d = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & -a_{23}\nu_4 & a_{31}\alpha_1 \\ -a_{23}\nu_4 & a_{23}\nu_3 & 0 \\ a_{31}\alpha_1 & 0 & a_{31}\nu_4 - a_{32}\nu_3 \end{bmatrix}. \quad (57)$$

Deren erste Zeile wird gemäß Satz 6 zum Koeffizientenvergleich mit dem aktuieren Teil der Wunsch-Dynamikmatrix $\mathbf{A}_\alpha = [a_{d,11} \ a_{d,12} \ a_{d,13}]$ herangezogen. Aus Gl. (44) folgt durch Umformen das zunächst unterbestimmte lineare Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} a_{d,11} & -a_{d,13} & -1 \\ 0 & -a_{23} & 0 \\ -a_{31} & a_{d,11} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \nu_4 \\ \kappa_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{d,13} \\ a_{d,12} \end{bmatrix} \cdot \nu_3. \quad (58)$$

Wie man weiter unten sieht, hängt die Gestalt von H_d von ν_4 und dem Quotienten ν_3/ν_4 ab, sodass $\nu_3 = 1$ gesetzt werden kann. Unter Vorgabe einer Dynamikmatrix \mathbf{A}_d des linearisierten geregelten Systems mit dreifachem Eigenwert in -50 liefert die Lösung des Gleichungssystems die in Tabelle 2 angegebenen Entwurfparameter für

Tabelle 2 IDA-PBC-Entwurfparameter.

x_2^*/mm	α_1	ν_3	ν_4	κ_{11}
10	-520	1	-57,6	$1,17 \cdot 10^5$
15	-890	1	-72,8	$1,97 \cdot 10^5$

zwei vorgegebene Ruhelagen. Offensichtlich sichert $\alpha_1 < 0$ in beiden Fällen $\mathbf{R}_d \geq 0$, sodass nach Satz 6 auf $\mathbf{Q}_d > 0$ geschlossen werden kann. Zusammen mit einer Parametrierung von $\Phi(\mathbf{z}_\alpha)$, die $\nabla H_d(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ erzeugt, lässt sich mit diesen Entwurfparametern ein Minimum von H_d in \mathbf{x}^* realisieren.

Energiefunktion

Die Lösung der Restriktionsgleichungen (52) ist

$$H_d(\zeta, x_2, x_3) = -2c_1 \ln(x_2 + b + c)(\zeta + b + c) - c_1 \frac{(\zeta + b + c)^2}{(x_2 + b + c)} + (c_1 - c_2)x_2 + \frac{x_3^2}{2m\beta\nu_4} + \Phi(\zeta), \quad (59)$$

mit den Abkürzungen $c = a/L_\infty$ sowie

$$c_1 = \frac{c^2}{2a\beta^3\nu_4}, \quad c_2 = \frac{mg}{\beta\nu_4}, \quad \beta = \frac{\nu_3}{\nu_4}. \quad (60)$$

Sie hängt u. a. von ν_4 und dem Quotienten β ab, was die obige Festlegung von ν_3 bestätigt. Der transformierte Zustand $\zeta = x_2 + \beta x_1$ beschreibt die Grundcharakteristiken der PDgln. und lässt sich durch $\zeta = \alpha_1 \beta z_\alpha$ in die der Transformation (36) entsprechende Koordinate z_α überführen⁶. Da die Energie in x_3 nicht geformt werden kann, muss der Faktor vor x_3^2 positiv sein, was durch die gegebenen Parameter erfüllt ist.

Für die homogene Lösung wird die Funktion

$$\Phi(\zeta) = \mu_1 \ln(\zeta + b + c)(\zeta + \mu_2) \quad (61)$$

mit Konstanten μ_1 und μ_2 angesetzt, um dem ln-Term in der partikulären Lösung entgegenzuwirken. Die Bedingung $\nabla H_d(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ wird durch

$$\mu_1 = 2c_1 \frac{\ln(c_3) + \frac{c_4}{c_3}}{\ln(c_4) + \frac{\zeta^* + \mu_2}{c_4}} \quad (62)$$

erfüllt, wobei $c_3 = x_2^* + b + c$ und $c_4 = \zeta^* + b + c$ sind. Der Vergleich

$$\kappa_{11} = \left. \frac{\partial \tilde{H}_d(\mathbf{z})}{\partial z_\alpha^2} \right|_{\mathbf{z}^*} \quad \text{mit} \quad \mathbf{z} = \mathbf{F}_d^{-T} \mathbf{x} \quad (63)$$

legt zusammen mit (62) die Werte von μ_1 und μ_2 fest, was die Parametrierung des IDA-PBC-Regelgesetzes nach Gl. (32) vervollständigt (Tabelle 3).

Bild 2 zeigt Höhenlinien der für $x_2^* = 15$ mm entworfenen Energie $H_d(\mathbf{x})$ (links) sowie der quadratischen

Tabelle 3 Parameter der homogenen Lösung.

x_2^*/mm	μ_1	μ_2
10	84,4	$5,80 \times 10^{-3}$
15	135	$5,76 \times 10^{-3}$

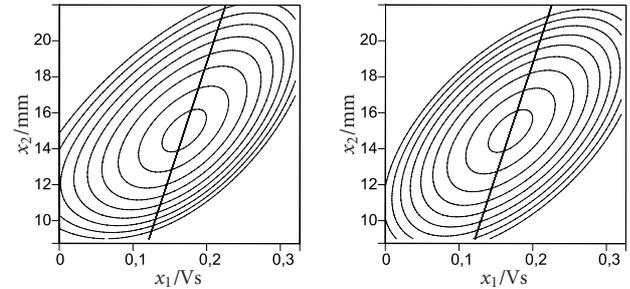


Bild 2 Energiefunktion und quadratische Näherung.

Näherung $H_d(\mathbf{x}^*) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_d \Delta \mathbf{x}$ für $x_3 = 0$. Die Gerade kennzeichnet die durch $\dot{x}_3 \equiv 0$ gegebenen möglichen Ruhelagen des Systems. Die zweite Ruhelage $x_2^* = 10$ mm liegt im stabilen Einzugsbereich der für $x_2^* = 15$ mm entworfenen Regelung (das gleiche gilt umgekehrt).

Experiment

Im Versuch zeigt sich (Bild 3), dass die Transienten zwischen den Ruhelagen unter dem nichtlinearen Regelgesetz (x_{ida} , schwarz) – gemäß dem Entwurfsziel – stark denen des linearen Vergleichssystems (x_{vgl} , strichliert) ähneln. Weiterhin stimmen sie beinahe mit denen des linearen Zustandsreglers (x_{lin} , grau) überein. Dies verwundert wenig, betrachtet man die Ähnlichkeit von Energie und quadratischer Näherung. Nur andeutungsweise sind die schnellere steigende und langsamere fallende Flanke unter IDA-PBC erkennbar.

Anzumerken ist hier, dass der nichtlineare Entwurf mit IDA-PBC nicht zwingend zu einer besseren Regelung führt, im Gegensatz zum linearen Entwurf jedoch eine Abschätzung des stabilen Einzugsgebiets der Ruhelage durch die Energie als Ljapunow-Funktion liefert.

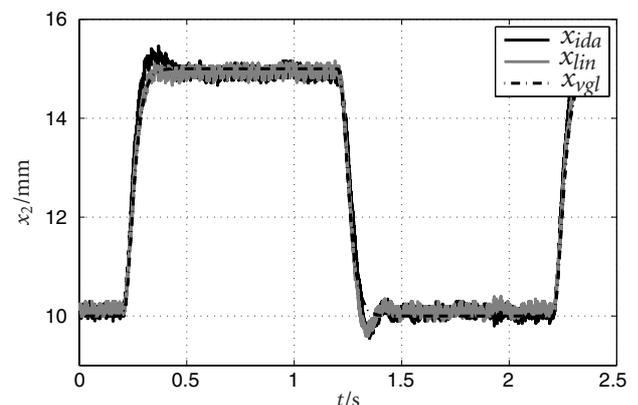


Bild 3 Transienten zwischen den Ruhelagen.

⁶ Die Darstellung von H_d ist jedoch übersichtlicher in ζ .

5 Zusammenfassung

Mit dem hier vorgestellten Vorgehen der Parametrierung von IDA-PBC anhand eines lokal linearen Vergleichssystems wird gewünschtes dynamisches Verhalten im IDA-PBC-Entwurf systematisch berücksichtigt. Die Annahme konstanter Parameter der Entwurfsmatrizen bietet immer noch große Entwurfsfreiheit, die durch schrittweise Einschränkung der Parameter auf ein überschaubares Maß reduziert werden kann.

Für die betrachtete Systemklasse wurde, basierend auf einer linearen Koordinatentransformation, ein lineares Gleichungssystem für die Entwurfparameter angegeben, dessen Lösung eine Parametrierung für den IDA-PBC-Entwurf ergibt, die sowohl Stabilität in einer durch die Energie abgeschätzten Umgebung garantiert als auch lokal dynamisches Wunschverhalten erzeugt. Der vorgestellte Ansatz umgeht die Definitheitsprüfung der Hesse-Matrix der geformten Energie. Die Restriktionsgleichungen müssen erst nach erfolgter Parametrierung gelöst werden. Damit wird IDA-PBC für wichtige Systemklassen deutlich handhabbarer.

Die schrittweise Reduktion auf zulässige, geeignete und stabilisierende Entwurfparameter erlaubt, gerade für Systeme höherer Ordnung, ein strukturiertes Vorgehen beim IDA-PBC-Entwurf unter Zuhilfenahme von Computer-Algebra-Systemen. Damit ist auch die rechnergestützte Optimierung des Reglerentwurfs, etwa hinsichtlich der Größe des abgeschätzten Einzugsbereichs, naheliegend.

Die Methode lässt sich auf zustandsabhängige Entwurfsmatrizen verallgemeinern, mit einer dann nichtlinearen Transformation auf z -Koordinaten. Eine Faktorisierung der Entwurfsmatrix [22] lässt – mit kleinen Modifikationen – die einfache Adaption des vorgestellten Vorgehens auf diesen Fall zu. Weiterhin bietet sich eine Erweiterung des Ansatzes auf die Trajektorienfolge-regelung mit IDA-PBC [23] an, da die Vorsteuerung den Zustand in der Nähe der zeitvarianten Ruhelage hält und somit die Verwendung der linearen (aber zeitvarianten) Approximation zur Parametrierung der nichtlinearen Regelung gerechtfertigt ist. Eine Formulierung des Ansatzes für die Klasse der unteraktuierten mechanischen Systeme ist vorgesehen.

Danksagung

Die Autoren danken Herrn cand.-ing. Alexander Volf für seine Unterstützung beim Aufbau des Laborversuchs und der Durchführung der Experimente sowie dem Gutachter für seine wertvollen Hinweise und Anmerkungen.

Literatur

- [1] Byrnes C. I., Isidori A., Willems J. C.: Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems. *IEEE Trans. Autom. Control* 36 (11), S. 1228–1240, 1991.
- [2] Sepulchre R., Janković M., Kokotović P.: *Constructive Nonlinear Control*. Springer-Verlag, London, 1997.
- [3] Sira-Ramirez H., Perez-Moreno R. A., Ortega R., Garcia-Esteban M.: Passivity-Based Controllers for the Stabilization of DC-to-DC Power Converters. *Automatica* 33, S. 499–513, 1997.
- [4] Ortega, R., Loria, A., Nicklasson P. H., Sira-Ramirez, H.: *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, London, 1998.
- [5] van der Schaft A. J.: *L₂-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer-Verlag, London, 2000.
- [6] Ortega R., van der Schaft A. J., Mareels I., Maschke B.: Putting Energy Back in Control. *IEEE Control Syst. Mag.* 21, S. 18–33, 2001.
- [7] Ortega R., van der Schaft A. J., Maschke B., Escobar G.: Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control of Port-Controlled Hamiltonian Systems. *Automatica* 38, S. 585–596, 2002.
- [8] Kugi A., Schlacher K.: Analyse und Synthese nichtlinearer dissipativer Systeme: Ein Überblick. at – *Automatisierungstechnik* 50, S. 63–69 und S. 103–111, 2002.
- [9] Kugi A., Schlacher K.: Passivitätsbasierte Regelung piezoelektrischer Strukturen. at – *Automatisierungstechnik* 50, S. 422–431, 2002.
- [10] Fujimoto K., Kazunori S., Toshiharu S.: Trajectory tracking control of port-controlled Hamiltonian systems via generalized canonical transformations. *Automatica* 39, S. 2059–2069, 2003.
- [11] Kugi A., Thull D.: A Combination of Flatness-Based Tracking Control with Passivity-Based Control for a Certain Class of Infinite-Dimensional Systems. *Proc. Appl. Math. Mech.* 5, S. 169–172, 2005.
- [12] Ortega R., García-Canseco E.: Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control: a Survey. *Eur. J. Control* 10, S. 432–450, 2004.
- [13] Gomez-Estern F., van der Schaft A. J.: Physical Damping in IDA-PBC Controlled Underactuated Mechanical Systems. *Eur. J. Control* 10, S. 451–468, 2004.
- [14] Battle C., Dòria-Cerezo A., Ortega R.: Power Flow Control of a Doubly-Fed Induction Machine Coupled to a Flywheel. *Proc. 2004 IEEE Int. Conf. on Control Applications, Taipei*.
- [15] Boyd S.: *Linear Dynamical Systems*. Lecture Notes Winter Quarter 2005–06, Stanford University.
- [16] Ortega R., Galaz M., Astolfi A., Sun Y., Shen T.: Transient Stabilization of Multimachine Power Systems With Nontrivial Transfer Conductances. *IEEE Trans. Autom. Control* 50, S. 60–75, 2005.
- [17] Acosta J. A., Ortega R., Astolfi A., Mahindrakar A. D.: Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control of Mechanical Systems With Underactuation Degree One. *IEEE Trans. Autom. Control* 50, S. 1936–1955, 2005.
- [18] Cheng D., Astolfi A., Ortega R.: On the Feedback Equivalence to Port Controlled Hamiltonian Systems. *Syst. Control Lett.* 54, S. 911–917, 2005.
- [19] Stadlmayr R., Schöberl M., Schlacher K.: A Combination of Feedforward and Feedback for the Control of the Nonlinear Benchmark Inertia Wheel Pendulum. *Proc. ECC 2007, Kos, Greece*, S. 5802–5808.
- [20] Kotyczka P., Lohmann B.: A Constructive Approach for the Parametrization of Interconnection and Damping Assignment Passivity Based Control. *Proc. 16th Med. Conf. Control and Automation 2008, Ajaccio*.
- [21] Kotyczka P., Lohmann B.: Systematic Parametrization of Interconnection and Damping Assignment Control for the Double Inverted Pendulum. *Proc. 9th Int. Conf. Motion and Vibration Control 2008, München*.
- [22] Kotyczka P., Lohmann B.: Parametrization of IDA-PBC by Assignment of Local Linear Dynamics. *Proc. ECC 2009, Budapest*, S. 4721–4726.
- [23] Kotyczka P., Volf A., Lohmann B.: Passivity Based Trajectory Tracking Control with Predefined Local Linear Error Dynamics. *ACC 2010, Baltimore (eingereicht)*.



Dipl.-Ing. Paul Kotyczka ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungstechnik der Fakultät Maschinenwesen der Technischen Universität München. Hauptarbeitsgebiete: Passivitätsbasierte Regelung, nichtlineare Systeme, unteraktuierte mechanische Systeme.

Adresse: Lehrstuhl für Regelungstechnik, Technische Universität München, Fakultät Maschinenwesen, Boltzmannstr. 15, 85748 Garching, E-Mail: kotyczka@tum.de

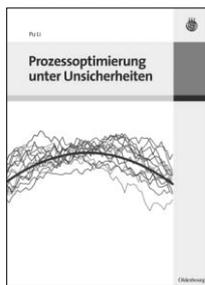


Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann ist Leiter des Lehrstuhls für Regelungstechnik der Fakultät Maschinenwesen der TU München. Hauptarbeitsgebiete: Modellreduktion, nichtlineare, robuste und optimale Regelung, aktive Schwingungsdämpfung, industrielle Anwendungen.

Adresse: Lehrstuhl für Regelungstechnik, Technische Universität München, Fakultät Maschinenwesen, Boltzmannstr. 15, 85748 Garching, E-Mail: lohmann@tum.de



Lösung von Optimierungsproblemen



Pu Li
Prozessoptimierung unter Unsicherheiten

2007 | XVI, 153 S.
Br. | € 34,80
ISBN 978-3-486-58194-2

Aufgrund des zunehmenden weltweiten Wettbewerbs ist die Optimierung für die Industrie ein wichtiges Thema. Die Verwendung deterministischer Optimierungsverfahren zur Offline- und Online-Prozessoptimierung ist heute Stand industrieller Technik. Die modernen industriellen Prozesse sind jedoch aufgrund der Integration bzw. Verkopplung mehrerer Teilanlagen wesentlich komplexer als früher. Dies führt zu Ungenauigkeiten bei der Modellierung solcher Prozesse. Darüber hinaus ändern sich wegen schnell wechselnder Marktbedingungen die Betriebsrandbedingungen ständig. Entsprechend liegt die Herausforderung in der Lösung großer, komplexer Optimierungsprobleme mit Unsicherheiten. In diesem Werk wird ein neues Konzept zur Lösung von Optimierungsproblemen mit unsicheren Randbedingungen und unsicheren Modellparametern vorgestellt.

Oldenbourg

150 Jahre
Wissen für die Zukunft
Oldenbourg Verlag

Bestellen Sie in Ihrer Fachbuchhandlung oder direkt bei uns:
Tel: 089/45051-248, Fax: 089/45051-333, verkauf@oldenbourg.de