Concept SAIC/MAIC Alamouti. Interprétation géométrique et performances

Florian Dupuy, Pascal Chevalier

▶ **To cite this version:**

Florian Dupuy, Pascal Chevalier. Concept SAIC/MAIC Alamouti. Interprétation géométrique et performances. Traitement du Signal, 2013, 30 (1-2), pp.87-106. 10.3166/ts.30.87-106 . hal-02462492

HAL Id: hal-02462492
https://hal.science/hal-02462492

Submitted on 31 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Concept SAIC/MAIC Alamouti

Interprétation géométrique et performances

Florian Dupuy [1], **Pascal Chevalier** [1,2]

1. Thales Communications & Security SNE/SPM
4, avenue des Louvresses - F-92622 Gennevilliers cedex
{florian.dupuy,pascal.chevalier}@thalesgroup.com

2. CNAM, Laboratoire CEDRIC
292 rue St Martin, F-75141 Paris cedex 3
pascal.chevalier@cnam.fr

RÉSUMÉ. *Plusieurs techniques d'annulation d'interférences (Interference Cancellation - IC) ont été développées ces dix dernières années pour permettre aux réseaux de communication sans fils d'atténuer les effets des interférences internes au réseau, lorsque chaque utilisateur est équipé de plusieurs antennes et utilise des codes spatiotemporels en blocs en émission. Cependant, ces techniques d'IC nécessitent toutes plusieurs antennes en réception, ce qui reste un point bloquant au niveau du terminal mobile pour des raisons de coût et de dimensions. Dans ce contexte, un récepteur capable d'effectuer de l'IC à partir d'une seule antenne de réception (Single Antenna IC - SAIC) a été récemment présenté pour des utilisateurs utilisant des constellations réelles (telles les constellations ASK) et le code d'Alamouti en transmission. L'extension de ce concept aux systèmes multicapteurs, nommée MAIC (Multiple Antenna IC), a conjointement été introduite. Le but de cet article est de souligner l'intérêt d'un tel récepteur dans le contexte multi-utilisateur par une analyse de son mécanisme et une étude de ses performances en termes de SINR (Signal to Interference plus Noise Ratio) et SER (Symbol Error Rate).*

ABSTRACT. *Several Interference Cancellation (IC) schemes have been developed during this last decade for wireless networks to mitigate the effect of intra-network interferences, when each user is equipped with multiple antennas and employs Space Time Block Code (STBC) at transmission. However, these IC techniques all require multiple antennas at reception, which remains a challenge at the handset level due to cost and size limitations. In this context, a receiver able to perform Single and Multiple Antenna IC (SAIC/MAIC) for users using real-valued constellations (such as ASK constellations) and Alamouti scheme at transmission has been introduced very recently. The purpose of this paper is to highlight its great interest in multiuser context by analyzing its mechanism and deriving its performance in terms of Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR) and Symbol Error Rate (SER).*

Traitement du signal – n° 1-2/2013, 87-106

MOTS-CLÉS : MIMO, schéma d'Alamouti, annulation d'interférences, linéaire au sens large, constellations réelles.

KEYWORDS: MIMO, Alamouti scheme, interference cancellation, widely linear, real-valued constellations.

DOI:10.3166/TS.30.87-106 © 2013 Lavoisier

Extended Abstract

Introduction

The Alamouti Fully Widely Linear (WL) MMSE receiver has been recently introduced (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) for real-valued constellations. This receiver can separate up to $P+1=2N$ synchronized users from N receiving antennas, while other receivers allowed hitherto to separate up to N users. The Fully WL MMSE receiver can thus perform SAIC (Single Antenna Interference Cancellation) for $N=1$, extending to MIMO Alamouti the SAIC/MAIC concept originally developed for the SISO/SIMO systems (Chevalier, Pipon, 2006). The purpose of this paper is to study the performance and structure of the Fully WL MMSE receiver, highlighting its great interest.

Models

We consider a radio communication system that uses a real-valued constellation and the well-known Alamouti scheme with $M=2$ transmit antennas and N receive antennas. We denote by T the symbol period. The Fully WL MMSE receiver is based on a MMSE linear filtering of the vector $[\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \mathbf{x}_1^H, \mathbf{x}_2^H]^T$, where $\mathbf{x}_1(n)$ and $\mathbf{x}_2(n)$ are the $N \times 1$ observation vectors at symbol periods $(2n-1)T$ and $2nT$ respectively. On the opposite the Alamouti receiver usually used in the literature is based on a MMSE linear filtering of the vector $[\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^H]^T$; this receiver is thus called the Partially WL MMSE receiver. We consider a total noise model composed of intra-network synchronous Alamouti interferences and white Gaussian noise. For such a total noise, the Fully WL MMSE receiver is optimal in the Maximum Likelihood sense, that is, it corresponds to the ML receiver. It can process $2N-1$ intra-network interferences, whereas the Partially WL MMSE filter only $N-1$.

Receivers structure

We derive an analytical expression of the output of the Fully WL MMSE receiver for a total noise composed of one intra-network interference and white Gaussian noise. This enables us to show that the intra-network interference is properly cancelled. We give a geometrical interpretation of the interference cancellation occuring within the Fully WL receiver for $N=1$ receiving antenna: the F-WL-MMSE receiver fully exploits the orthogonality of the Alamouti code, the real-valued of the used constellation

and the structure of the noise. It uses two rotations and a homothety of the interfering constellation to cancel its contribution.

Receivers performance

We derive the SINR and SER of the Fully and Partially WL MMSE receivers for a total noise composed of P intra-network interferences and white Gaussian noise. The analytical and simulation results show that the Fully outperforms the Partially WL MMSE receiver: the Fully WL MMSE receiver Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR) is proved to be always higher than the Partially WL MMSE receiver SINR, hence the Fully WL MMSE receiver Symbol Error Rate (SER) is always lower than the Partially WL MMSE receiver SER.

Conclusion

The results enlighten the Fully WL MMSE receiver principle and show the relevance of the Fully WL MMSE filter compared to the Partially WL MMSE filter usually used in the literature for intra-network interference cancellation in the context of Alamouti MIMO/MISO links.

1. Introduction

Le récepteur Alamouti MMSE linéaire au sens large (LSL) robuste aux interférences, récemment introduit dans (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) pour des constellations réelles, permet de séparer jusqu'à $P + 1 = 2N$ utilisateurs synchrones à partir de N antennes en réception (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011), contre au mieux N utilisateurs auparavant. Ainsi il permet, contrairement aux récepteurs antérieurs, d'effectuer de la réjection d'interférence à l'aide d'une seule antenne en réception (*Single Antenna Interference Cancellation* - SAIC) et étend en ce sens aux codes spatiotemporels en blocs orthogonaux les concepts de SAIC/MAIC développés pour les systèmes SISO/SIMO dans (Trigui, Slock, 2000 ; Chevalier, Pipon, 2006). Cet article donne un nouvel éclairage au récepteur MMSE LSL introduit dans (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011), en donnant dans un premier temps une interprétation géométrique de son fonctionnement avant d'analyser dans un second temps ses performances en termes de SINR et SER.

2. Hypothèses et modèles

2.1. Hypothèses

On considère un système de radiocommunications, avec $M = 2$ antennes d'émission et N antennes de réception, utilisant une constellation réelle et le code d'Alamouti (Alamouti, 1998). On suppose soit une forme d'onde monoporteuse et des canaux non

sélectifs en fréquence, soit, de manière équivalente, une forme d'onde OFDM et des canaux sélectifs en fréquence, en raisonnant alors sous-porteuse par sous-porteuse grâce à la transformée de Fourier discrète en réception. On suppose de plus les canaux invariants sur au moins deux temps symboles successifs $(2n-1)T$ et $2nT$, où T est la période symbole. En notant $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$ les vecteurs d'observation, de taille $N \times 1$, aux temps symboles $(2n-1)T$ et $2nT$ respectivement, on peut alors écrire, après synchronisation en temps et en fréquence,

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(n) = \mu_1 a_{2n-1}\mathbf{h}_1 + \mu_2 a_{2n}\mathbf{h}_2 + \mathbf{b}_1(n) \\ \mathbf{x}_2(n) = -\mu_1 a_{2n}\mathbf{h}_1 + \mu_2 a_{2n-1}\mathbf{h}_2 + \mathbf{b}_2(n) \end{cases} \quad (1)$$

où : les a_n sont des variables aléatoires réelles i.i.d correspondant aux symboles émis, les $\mu_{i\,(i=1,2)}$ sont des réels contrôlant la puissance des deux signaux émis, les $\mathbf{h}_{i\,(i=1,2)}$, tels que $\mathbb{E}[\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i] = N$, sont les canaux de propagation normalisés entre l'antenne i d'émission et le réseau d'antennes de réception, $\mathbf{A}^H$ étant le transconjugué de $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}_1(n)$ et $\mathbf{b}_2(n)$ sont les vecteurs de bruit total échantillonnés aux temps $(2n-1)T$ et $2nT$ respectivement.

Tout au long de cet article on note $\mathbf{R}_\mathbf{v}$ et $\mathbf{C}_\mathbf{v}$ les matrices de corrélation définies par $\mathbf{R}_\mathbf{v} = \mathbb{E}_c[\mathbf{v}\mathbf{v}^H]$, $\mathbf{C}_\mathbf{v} = \mathbb{E}_c[\mathbf{v}\mathbf{v}^T]$, où $\mathbb{E}_c(\cdot)$ est l'espérance conditionnelle aux vecteurs canaux des sources, et où l'on note ^{T} la transposée. Par ailleurs, la dépendance en n des variables est parfois omise afin de ne pas surcharger inutilement les notations.

2.2. Modèles d'observation

On rappelle dans cette section les deux modèles d'observation habituellement utilisés par les récepteurs Alamouti, ainsi que la dénomination des filtrages associés. On y a également adjoint le modèle associé au filtrage linéaire, filtrage cependant inadapté au code d'Alamouti. Le tableau 1 résume ces trois modèles.

2.2.1. Modèle d'observation usuel

La plupart des récepteurs Alamouti utilisent les informations contenues dans le vecteur $\overline{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^H]^T$ (voir par exemple (Alamouti, 1998 ; Naguib *et al.*, 1998)). On peut alors écrire le système d'observation (1) sous la forme

$$\overline{\mathbf{x}}(n) = \sqrt{\pi_s/\pi_a}(a_{2n-1}\mathbf{g}_1 + a_{2n}\mathbf{g}_2) + \overline{\mathbf{b}}(n), \quad (2)$$

où $\pi_s = \pi_a(\mu_1^2 + \mu_2^2)/2$, avec $\pi_a = \mathbb{E}[|a_n|^2]$, est la puissance moyenne de chaque symbole par antenne de réception, $\overline{\mathbf{b}} = [\mathbf{b}_1^T, \mathbf{b}_2^H]^T$, $\mathbf{g}_1 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_1\mathbf{h}_1^T, \mu_2\mathbf{h}_2^H]^T$ et $\mathbf{g}_2 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}\,[\mu_2\mathbf{h}_2^T, -\mu_1\mathbf{h}_1^H]^T$. On appelle filtrage partiellement LSL de l'observation spatiotemporelle $\mathbf{x}(n)$ le filtrage linéaire de $\overline{\mathbf{x}}(n)$.

2.2.2. Modèle d'observation inadapté

Le modèle d'observation associé à un filtrage linéaire en $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$ n'est pas adapté au filtrage d'Alamouti. Cependant ce modèle est ici exposé car il apparaîtra parfois dans les calculs à venir. En notant $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T$, $\mathbf{b} = [\mathbf{b}_1^T, \mathbf{b}_2^T]^T$, $\mathbf{f}_1 =$

$\sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_1\mathbf{h}_1^T, \mu_2\mathbf{h}_2^T]^T$ et $\mathbf{f}_2 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_2\mathbf{h}_2^T, -\mu_1\mathbf{h}_1^T]^T$, le système d'observation (1) s'écrit

$$\mathbf{x}(n) = \sqrt{\pi_s/\pi_a}(a_{2n-1}\mathbf{f}_1 + a_{2n}\mathbf{f}_2) + \mathbf{b}(n). \tag{3}$$

2.2.3. Modèle d'observation étendu

On rappelle désormais le modèle d'observation étendu (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) caractérisé par le vecteur de taille $4N \times 1$ $\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T, \mathbf{x}^H]^T$. En notant $\tilde{\mathbf{b}} = [\mathbf{b}^T, \mathbf{b}^H]^T$, $\tilde{\mathbf{f}}_1 = [\mathbf{f}_1^T, \mathbf{f}_1^H]^T$ et $\tilde{\mathbf{f}}_2 = [\mathbf{f}_2^T, \mathbf{f}_2^H]^T$, le système d'observation (1) peut également s'écrire sous la forme

$$\tilde{\mathbf{x}}(n) = \sqrt{\pi_s/\pi_a}(a_{2n-1}\tilde{\mathbf{f}}_1 + a_{2n}\tilde{\mathbf{f}}_2) + \tilde{\mathbf{b}}(n). \tag{4}$$

On appelle filtrage partiellement LSL de l'observation spatiotemporelle $\mathbf{x}(n)$ le filtrage linéaire de $\tilde{\mathbf{x}}(n)$.

Tableau 1. Modèles d'observation

Observation	Expression	N_e	Filtrage associé
$\mathbf{x} = \begin{bmatrix}\mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2\end{bmatrix}$	$= \sqrt{\frac{\pi_s}{\pi_a}}(a_{2n-1}\mathbf{f}_1 + a_{2n}\mathbf{f}_2) + \mathbf{b}(n)$	$2N$	linéaire
$\overline{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix}\mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2^*\end{bmatrix}$	$= \sqrt{\frac{\pi_s}{\pi_a}}(a_{2n-1}\mathbf{g}_1 + a_{2n}\mathbf{g}_2) + \overline{\mathbf{b}}(n)$	$2N$	partiellement LSL
$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix}\mathbf{x} \\ \mathbf{x}^*\end{bmatrix}$	$= \sqrt{\frac{\pi_s}{\pi_a}}\big(a_{2n-1}\tilde{\mathbf{f}}_1 + a_{2n}\tilde{\mathbf{f}}_2\big) + \tilde{\mathbf{b}}(n)$	$4N$	pleinement LSL

2.2.4. Modèle équivalent de réception

Les modèles d'observation (2) et (4), que l'on a succinctement rappelés dans le tableau 1, sont équivalents à la réception de deux sources décorrélées (a_{2n} et a_{2n-1}) aux temps $2nT$ par un réseau virtuel de N_e antennes, avec une puissance moyenne de π_s par antenne de réception, où $N_e = 2N$ pour le modèle usuel (2) et $N_e = 4N$ pour le modèle étendu (4). Les deux sources en question sont associées aux vecteurs canaux virtuels $\mathbf{g}_1$ et $\mathbf{g}_2$ pour le modèle usuel (2) et aux vecteurs canaux virtuels $\tilde{\mathbf{f}}_1$ et $\tilde{\mathbf{f}}_2$ pour le modèle étendu (4), dans les deux cas linéairement indépendants et orthogonaux. Il est à noter que dans le cas du filtrage linéaire on peut mener le même raisonnement mais l'orthogonalité des vecteurs canaux virtuels est cependant perdue, ce qui souligne le total manque d'intérêt d'un tel filtrage que l'on n'évoquera donc plus dans la suite de cet article.

2.3. Récepteurs considérés

Cette section propose un état de l'art des récepteurs de la littérature, dont le récepteur présenté récemment dans (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) dans le cadre de la réjection d'interférence, récepteur dit Alamouti MMSE LSL. On considère désormais uniquement l'estimation du symbole a_{2n-1}, les résultats concernant l'estimation du symbole a_{2n} étant bien entendu similaires.

2.3.1. Récepteur Alamouti conventionnel

On rappelle tout d'abord pour référence le récepteur Alamouti conventionnel, qui correspond à un filtrage adapté suivi d'une décision au sens du maximum de vraisemblance (*Maximum Likelihood* - ML). Le filtre adapté pour l'estimation du symbole a_{2n-1} est $\mathbf{w}_{conv} = \mathbf{g}_1$. Grâce à l'orthogonalité du code d'Alamouti – qui entraîne l'orthogonalité des vecteurs canaux $\mathbf{g}_1$ et $\mathbf{g}_2$ – l'interférence générée par le symbole a_{2n} est annulée par le filtre $\mathbf{w}_{conv}$; le récepteur Alamouti conventionnel est donc optimal au sens ML si le bruit $\overline{\mathbf{b}}(n)$ est blanc. On peut facilement montrer qu'une statistique suffisante pour la décision ML au sein du récepteur est

$$z_{conv}(n) = \mathrm{Re}\{\mathbf{w}_{conv}^H \overline{\mathbf{x}}(n)\},$$

que l'on appelle *sortie* de ce récepteur.

2.3.2. Récepteur MMSE partiellement LSL

Le récepteur usuel de la littérature (voir, entre autres, (Naguib *et al.*, 1998)), ici appelé récepteur MMSE partiellement LSL (ou récepteur *Partially Widely Linear MMSE* – PWL MMSE), est composé d'un filtre MMSE partiellement LSL suivi d'une décision ML. Le filtre MMSE partiellement LSL est donné par (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) $\overline{\mathbf{w}}_{pwl} = \sqrt{\pi_a \pi_s}\, \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{g}_1$. De même que précédemment, on appelle *sortie* du récepteur MMSE partiellement LSL la statistique suffisante $z_{pwl}(n)$ donnée par

$$z_{pwl}(n) = \mathrm{Re}\{\overline{\mathbf{w}}_{pwl}^H \overline{\mathbf{x}}(n)\}. \tag{5}$$

2.3.3. Récepteur MMSE pleinement LSL

Le récepteur Alamouti MMSE LSL dit récepteur MMSE pleinement LSL (ou récepteur *Fully Widely Linear MMSE* – FWL MMSE), déjà introduit dans (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011), implémente un filtrage MMSE pleinement LSL suivi d'une décision ML. Une statistique suffisante pour la décision ML est alors (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) :

$$z_{fwl}(n) = \mathrm{Re}\{\tilde{\mathbf{w}}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{x}}(n)\},$$

avec $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl} = \sqrt{\pi_a \pi_s}\, \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1$. Il est aisé de montrer que le filtre $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl}$ peut s'écrire sous la forme

$$\tilde{\mathbf{w}}_{fwl} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{fwl} \\ \mathbf{w}_{fwl}^* \end{bmatrix},$$

ce qui implique que

$$z_{fwl}(n) = \tilde{\mathbf{w}}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{x}}(n) = 2\mathrm{Re}\{\mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{x}(n)\}. \quad (6)$$

2.4. Modèle de bruit total

On suppose tout au long de cet article que le bruit total est composé de P interférences internes synchrones auxquelles s'ajoute un bruit de fond circulaire blanc gaussien de variance σ^2. On note $e_{i,n}$ les variables aléatoires réelles i.i.d correspondant aux symboles émis par l'interféreur i, $\mu_{2i+1}\mathbf{h}_{2i+1}$ (resp. $\mu_{2i+2}\mathbf{h}_{2i+2}$) le canal de propagation entre l'antenne 1 (resp. 2) de l'interférence i et le réseau d'antennes de réception, défini pareillement à $\mu_1\mathbf{h}_1$ (resp. $\mu_2\mathbf{h}_2$), et $\pi_i = \pi_a(\mu_{2i+1}^2 + \mu_{2i+2}^2)/2$ la puissance moyenne de chaque symbole interférent par antenne de réception. On définit alors de manière similaire à $\mathbf{g}_1$, $\mathbf{g}_2$, $\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2$, $\tilde{\mathbf{f}}_1$ et $\tilde{\mathbf{f}}_2$ les vecteurs $\mathbf{g}_{2i+1}$, $\mathbf{g}_{2i+2}$, $\mathbf{f}_{2i+1}$, $\mathbf{f}_{2i+2}$, $\tilde{\mathbf{f}}_{2i+1}$ et $\tilde{\mathbf{f}}_{2i+2}$ respectivement. Le bruit total $\overline{\mathbf{b}}(n)$ (resp. $\mathbf{b}(n)$, $\tilde{\mathbf{b}}(n)$) peut alors s'écrire, avec $\overline{\mathbf{b}}_{BG}(n)$ (resp. $\mathbf{b}_{BG}(n)$, $\tilde{\mathbf{b}}_{BG}(n)$) le vecteur correspondant au bruit de fond, qu'on a supposé circulaire blanc gaussien,

$$\overline{\mathbf{b}}(n) = \sum_{i=1}^{P} \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_a}}(e_{i,2n-1}\mathbf{g}_{2i+1} + e_{i,2n}\mathbf{g}_{2i+2}) + \overline{\mathbf{b}}_{BG}(n) \quad (7)$$

$$\mathbf{b}(n) = \sum_{i=1}^{P} \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_a}}(e_{i,2n-1}\mathbf{f}_{2i+1} + e_{i,2n}\mathbf{f}_{2i+2}) + \mathbf{b}_{BG}(n) \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}(n) = \sum_{i=1}^{P} \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_a}}(e_{i,2n-1}\tilde{\mathbf{f}}_{2i+1} + e_{i,2n}\tilde{\mathbf{f}}_{2i+2}) + \tilde{\mathbf{b}}_{BG}(n). \quad (9)$$

Pour un tel modèle de bruit total il a été montré que le récepteur MMSE pleinement LSL correspond au récepteur ML (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011) : $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl} = k\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}\tilde{\mathbf{f}}_1$, avec $k \in \mathbb{R}$. On remarque alors que le filtre MMSE pleinement LSL correspond à un filtrage adapté de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1/2}\tilde{\mathbf{x}}(n)$, c'est-à-dire à un filtrage adapté précédé d'un blanchiment du bruit $\tilde{\mathbf{b}}(n)$. Le point fondamental dans l'équivalence ML/MMSE pleinement LSL réside dans le fait que l'opération de blanchiment du bruit conserve l'orthogonalité du code d'Alamouti (*i.e.* l'orthogonalité entre les vecteurs associés à a_{2n-1} et a_{2n}) :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1/2}\tilde{\mathbf{f}}_1 \perp \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1/2}\tilde{\mathbf{f}}_2,$$

qui peut également s'écrire $\tilde{\mathbf{f}}_1^H\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}\tilde{\mathbf{f}}_2 = 0$. Par ailleurs le filtrage adapté mis en œuvre est alors optimal au sens ML, d'où l'optimalité du récepteur MMSE pleinement LSL.

De manière similaire au précédent récepteur, on peut montrer, pour le modèle de bruit considéré, la colinéarité entre le filtre MMSE partiellement LSL $\overline{\mathbf{w}}_{pwl}$ et $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}\mathbf{g}_1$. Le filtre MMSE partiellement LSL $\overline{\mathbf{w}}_{pwl}$ correspond alors à un filtre adapté précédé d'un blanchiment du bruit $\overline{\mathbf{b}}(n)$. La colinéarité des deux filtres est à nouveau due au

fait que le blanchiment du bruit $\overline{\mathbf{b}}(n)$ opéré lors du filtrage de $\overline{\mathbf{x}}(n)$ par $\overline{\mathbf{w}}_{pwl}$ conserve l'orthogonalité du code d'Alamouti :

$$\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1/2}\mathbf{g}_1 \perp \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1/2}\mathbf{g}_2,$$

c'est-à-dire $\mathbf{g}_1^H\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}\mathbf{g}_2 = 0$. Néanmoins le filtre MMSE partiellement LSL n'est pas optimal car le bruit $\overline{\mathbf{b}}(n)$ n'est pas circulaire ; le filtrage adapté de $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1/2}\overline{\mathbf{x}}(n)$ n'est alors plus optimal au sens ML.

2.5. Capacité de réjection des interférences

Comme mentionné précédemment, les modèles d'observation présentés, et par conséquent les filtres qui en résultent, sont associés à des réseaux virtuels de N_e antennes (cf. tableau 1). Le nombre de degrés de liberté disponibles pour rejeter les interférences est alors de $N_e - 2$: un degré de liberté est utilisé pour conserver le premier symbole utile, un autre degré de liberté est utilisé pour rejeter le second symbole utile, qui est une interference pour le premier. Par ailleurs, chaque interférence interne engendre deux symboles interférents, que ce soit dans $\overline{\mathbf{b}}$ ou $\tilde{\mathbf{b}}$, d'où un nombre maximum d'interférences internes annulées de $P = N - 1$ pour le récepteur MMSE partiellement LSL et de $P = 2N - 1$ pour le récepteur MMSE pleinement LSL. Le récepteur MMSE pleinement LSL permet donc d'effectuer du SAIC, ce que met en évidence (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011).

3. Inteprétation géométrique des récepteurs

Afin d'étudier plus aisément les structures des récepteurs, on suppose $P = 1$ (une seule interférence interne). Le concept SAIC a été interprété géométriquement dans le cas SISO (Chevalier, Pipon, 2006) : le récepteur met en œuvre un filtrage LSL optimal qui revient pour $N = 1$ à une rotation des constellations, plaçant l'interférence supposée forte par rapport au bruit de fond sur la voie Q, suivie d'une projection sur l'axe réel. On étend dans cette section cette interprétation géométrique au concept SAIC Alamouti, grâce à une étude de la robustesse aux interférences des récepteurs MMSE pleinement LSL et Alamouti conventionnel.

3.1. Modèle de bruit total

Comme on a supposé $P = 1$, les vecteurs de bruit total $\overline{\mathbf{b}}(n)$, $\mathbf{b}(n)$ et $\tilde{\mathbf{b}}(n)$ peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\overline{\mathbf{b}}(n) = \sqrt{\frac{\pi_1}{\pi_a}}\left(e_{2n-1}\mathbf{g}_3 + e_{2n}\mathbf{g}_4\right) + \overline{\mathbf{b}}_{BG}(n), \tag{10}$$

$$\mathbf{b}(n) = \sqrt{\frac{\pi_1}{\pi_a}}\left(e_{2n-1}\mathbf{f}_3 + e_{2n}\mathbf{f}_4\right) + \mathbf{b}_{BG}(n), \tag{11}$$

$$\tilde{\mathbf{b}}(n) = \sqrt{\frac{\pi_1}{\pi_a}} \left(e_{2n-1}\tilde{\mathbf{f}}_3 + e_{2n}\tilde{\mathbf{f}}_4 \right) + \tilde{\mathbf{b}}_{BG}(n), \tag{12}$$

où l'on a remplacé la notation $e_{1,n}$ par e_n pour plus de commodité.

3.2. Interprétation géométrique du récepteur Alamouti conventionnel

On s'intéresse dans cette section au comportement du récepteur Alamouti conventionnel en présence d'interférences. On note $y_{conv}(n) = \mathbf{w}_{conv}^H \overline{\mathbf{x}}(n)$ la sortie du filtre Alamouti conventionnel ; on peut donc écrire $z_{conv}(n) = \mathrm{Re}\{y_{conv}(n)\}$. On peut alors modéliser le récepteur par la figure 1 – on rappelle que $\mathbf{w}_{conv} = \mathbf{g}_1 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_1 \mathbf{h}_1^T, \mu_2 \mathbf{h}_2^H]^T$.

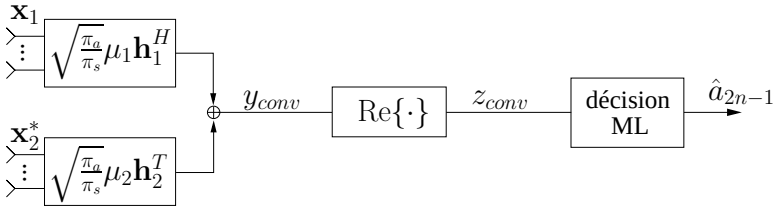


Figure 1. Récepteur Alamouti conventionnel

On calcule dans un premier temps la sortie $y_{conv}(n)$ du filtre $\mathbf{w}_{conv}$.

$$y_{conv}(n) = \sqrt{\frac{\pi_a}{\pi_s}} \left(\mu_1 \mathbf{h}_1^H \mathbf{x}_1(n) + \mu_2 \mathbf{h}_2^T \mathbf{x}_2(n)^* \right) \tag{13}$$

$$= a_{2n-1} \left(\mu_1^2 \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 + \mu_2^2 \mathbf{h}_2^T \mathbf{h}_2^* \right) + a_{2n}\mu_1\mu_2 \left(\mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_2^T \mathbf{h}_1^* \right) + \mathbf{g}_1^H \overline{\mathbf{b}}(n) \tag{14}$$

$$= a_{2n-1} \left(\mu_1^2 \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 + \mu_2^2 \mathbf{h}_2^T \mathbf{h}_2^* \right) + \mathbf{g}_1^H \overline{\mathbf{b}}(n) \tag{15}$$

En utilisant le modèle de bruit total (10), on peut aussi écrire $y_{conv}(n)$ sous la forme

$$y_{conv}(n) = \sqrt{\frac{\pi_s}{\pi_a}} a_{2n-1} \mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_1 + \sqrt{\frac{\pi_I}{\pi_a}} \left(e_{2n-1}\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3 + e_{2n}\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4 \right) + \mathbf{g}_1^H \overline{\mathbf{b}}_{BG}(n). \tag{16}$$

On en déduit donc la sortie $z_{conv}(n) = \mathrm{Re}\{y_{conv}(n)\}$ du récepteur Alamouti conventionnel.

$$\begin{aligned} z_{conv}(n) = & \sqrt{\frac{\pi_s}{\pi_a}} a_{2n-1} \mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_1 + \sqrt{\frac{\pi_I}{\pi_a}} \left(e_{2n-1}\mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3\} + e_{2n}\mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4\} \right) \\ & + \mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \overline{\mathbf{b}}_{BG}(n)\} \end{aligned}$$

Les équations (13) et (14) mettent en évidence le filtrage adapté effectué par $\mathbf{w}_{conv}$, à la fois dans $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2^*$, ce qui maximise le SNR en sortie. Cette maximisation reste effective dans $z_{conv}(n)$ grâce à la circularité du bruit de fond. Par ailleurs

le filtrage adapté rejette également l'interférence provoquée par le symbole a_{2n} (cf. (14)) grâce à l'orthogonalité du code d'Alamouti. La contribution de a_{2n} à $z_{conv}(n)$ est donc nulle. Malheureusement, $z_{conv}(n)$ contient encore la partie réelle des contributions des symboles interférents e_{2n-1} et e_{2n} à $y_{conv}(n)$, laquelle n'est *a priori* pas nulle dans le cas général. L'interférence interne dégrade donc fortement la performance du récepteur, qui tire uniquement profit de la structure orthogonale du code d'Alamouti mais pas de la structure du bruit. Un tel récepteur ne peut donc pas annuler les interférences induites par un autre utilisateur Alamouti.

3.3. Interprétation géométrique du récepteur MMSE pleinement LSL

En notant $y_{fwl}(n) = \mathbf{w}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{x}}(n)$ on peut alors écrire la sortie du récepteur MMSE pleinement LSL sous la forme $z_{fwl}(n) = 2\mathrm{Re}\{y_{fwl}\}$. Si l'on décompose le filtre $\mathbf{w}_{fwl}$ en deux parties, l'une opérant sur $\mathbf{x}_1$, l'autre sur $\mathbf{x}_2$, c'est-à-dire $\mathbf{w}_{fwl} = [\mathbf{w}_{fwl,1}^T, \mathbf{w}_{fwl,2}^T]^T$ où $\mathbf{w}_{fwl,1}$ et $\mathbf{w}_{fwl,2}$ sont des vecteurs de taille N, on peut alors représenter le récepteur MMSE pleinement LSL par la figure 2.

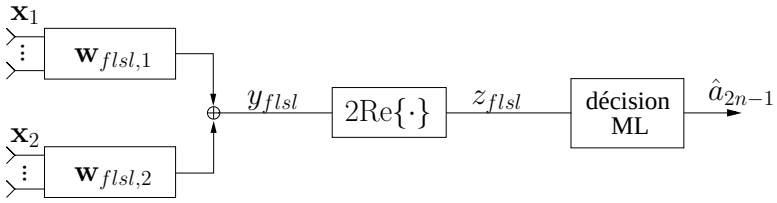


Figure 2. Récepteur MMSE pleinement LSL

On prouve dans cette partie que le récepteur MMSE pleinement LSL annule convenablement les interférences lors de l'estimation du symbole a_{2n-1}, pour un fort INR (*Interference to Noise Ratio*). Pour cela, on cherche à établir l'expression de $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl} = k\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}\tilde{\mathbf{f}}_1$. En appliquant le lemme d'inversion matricielle sur $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}} = \pi_a(\tilde{\mathbf{f}}_3\tilde{\mathbf{f}}_3^H + \tilde{\mathbf{f}}_4\tilde{\mathbf{f}}_4^H) + \sigma^2\mathbf{I}$ et en utilisant l'orthogonalité des vecteurs $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$ on obtient l'égalité suivante :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2}\left(\mathbf{I} - \frac{2\varepsilon_I}{1+2\varepsilon_I}\left(\frac{\tilde{\mathbf{f}}_3\tilde{\mathbf{f}}_3^H}{\|\tilde{\mathbf{f}}_3\|^2} + \frac{\tilde{\mathbf{f}}_4\tilde{\mathbf{f}}_4^H}{\|\tilde{\mathbf{f}}_4\|^2}\right)\right) \tag{17}$$

où $\varepsilon_I = \|\mathbf{f}_3\|^2\pi_1/\sigma^2$. On en déduit alors $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl}$ puis $\mathbf{w}_{fwl}$ – on rappelle que $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl} = [\mathbf{w}_{fwl}^T, \mathbf{w}_{fwl}^H]^T$.

$$\mathbf{w}_{fwl} = \frac{k}{\sigma^2}\left(\mathbf{f}_1 - \frac{2\varepsilon_I}{1+2\varepsilon_I}\left(\frac{\tilde{\mathbf{f}}_3^H\tilde{\mathbf{f}}_1}{\|\tilde{\mathbf{f}}_3\|^2}\mathbf{f}_3 + \frac{\tilde{\mathbf{f}}_4^H\tilde{\mathbf{f}}_1}{\|\tilde{\mathbf{f}}_4\|^2}\mathbf{f}_4\right)\right) \tag{18}$$

3.3.1. Cas dégénéré

On s'intéresse tout d'abord au cas où $\tilde{\mathbf{f}}_1$ appartient à l'espace généré par $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$, qui correspond à l'absence de discrimination spatiotemporelle et de discrimination en

phase entre le signal utile et l'interférence. Si l'on note $\tilde{\gamma}$ l'angle entre $\tilde{\mathbf{f}}_1$ et l'espace généré par $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$ on a donc

$$\cos^2 \tilde{\gamma} = 1. \tag{19}$$

L'angle $\tilde{\gamma}$ est caractérisé par la relation suivante :

$$\cos^2 \tilde{\gamma} = \frac{|\tilde{\mathbf{f}}_1^H \tilde{\mathbf{f}}_3|^2 + |\tilde{\mathbf{f}}_1^H \tilde{\mathbf{f}}_4|^2}{\|\tilde{\mathbf{f}}_1\|^2 \|\tilde{\mathbf{f}}_3\|^2} \tag{20}$$

On peut également écrire $\cos^2 \tilde{\gamma}$ à l'aide des coefficients de corrélation spatiale $\alpha_{13} = \frac{\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3}{\|\mathbf{g}_1\| \|\mathbf{g}_3\|}$ et $\alpha_{13} = \frac{\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4}{\|\mathbf{g}_1\| \|\mathbf{g}_3\|}$.

$$\cos^2 \tilde{\gamma} = \mathrm{Re}\{\alpha_{13}\}^2 + \mathrm{Re}\{\alpha_{14}\}^2 \tag{21}$$

Comme $\tilde{\mathbf{f}}_1$ appartient à l'espace généré par $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$, on peut l'écrire comme une combinaison linéaire de $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$, c'est-à-dire, comme $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$ sont orthogonaux,

$$\tilde{\mathbf{f}}_1 = \frac{\tilde{\mathbf{f}}_3^H \tilde{\mathbf{f}}_1}{\|\tilde{\mathbf{f}}_3\|^2} \tilde{\mathbf{f}}_3 + \frac{\tilde{\mathbf{f}}_4^H \tilde{\mathbf{f}}_1}{\|\tilde{\mathbf{f}}_4\|^2} \tilde{\mathbf{f}}_3 \tag{22}$$

On voit alors que (18) peut se réécrire sous la forme

$$\mathbf{w}_{fwl} = \frac{k}{\sigma^2 (1 + 2\varepsilon_I)} \mathbf{f}_1. \tag{23}$$

Comme $\mathrm{Re}\{\mathbf{f}_1 \mathbf{x}(n)\} = \mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1 \overline{\mathbf{x}}(n)\}$, les statistiques suffisantes des récepteurs MMSE pleinement LSL et Alamouti conventionnel sont dans ce cas proportionnelles. Le récepteur MMSE pleinement LSL dégénère donc en un récepteur Alamouti conventionnel, dont la robustesse aux interférences a été étudiée dans la section précédente.

3.3.2. Cas $\cos^2 \tilde{\gamma} < 1$

On suppose désormais que $\tilde{\mathbf{f}}_1$ n'appartient pas à l'espace généré par les vecteurs interférents $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$, ce qui revient à supposer $\cos^2 \tilde{\gamma} < 1$, c'est-à-dire la présence d'une discrimination spatiotemporelle et/ou en phase entre le signal utile et l'interférence. On établit tout d'abord la contribution du signal utile à $z_{fwl}(n) = \tilde{\mathbf{w}}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{x}}(n)$:

$$\tilde{\mathbf{w}}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{f}}_1 = \frac{k}{\sigma^2} \|\mathbf{f}_1\|^2 \left(\sin^2 \tilde{\gamma} + \frac{\cos^2 \tilde{\gamma}}{1 + 2\varepsilon_I} \right).$$

Pour $\varepsilon_I \gg 1$, on a alors $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{f}}_1 \simeq \frac{k}{\sigma^2} \|\mathbf{f}_1\|^2 \sin^2 \tilde{\gamma}$ ($\neq 0$). On s'intéresse désormais à la contribution des signaux interférents à $y_{fwl} = \mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{x}$. On peut aisément montrer que

$$\mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{f}_2 = \frac{k}{\sigma^2} \beta_2 i,$$

$$\mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{f}_3 = \frac{k}{\sigma^2} (\alpha_3 + i\beta_3),$$

$$\mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{f}_4 = \frac{k}{\sigma^2} (\alpha_4 + i\beta_4),$$

où β_2, α_3, β_3, α_4, $\beta_4 \in \mathbb{R}$ sont définis par

$$\beta_2 = \mathrm{Im}\left\{ \frac{2\pi_a \mu_1 \mu_2}{\pi_s} \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 - \frac{2\varepsilon_I}{1+2\varepsilon_I} \frac{\mathbf{f}_3^T \mathbf{f}_1^* \mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_2}{\|\mathbf{f}_3\|^2} \right\},$$

$$\alpha_3 = \frac{\mathrm{Re}\left\{\mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_1\right\}}{1+2\varepsilon_I}, \qquad \beta_3 = \mathrm{Im}\left\{ \mathbf{f}_1^H \mathbf{f}_3 - \frac{\pi_a \mu_3 \mu_4}{\sigma^2} \frac{4\mathrm{Re}\left\{\mathbf{f}_4^H \mathbf{f}_1\right\}}{1+2\varepsilon_I} \mathbf{h}_4^H \mathbf{h}_3 \right\},$$

$$\alpha_4 = \frac{\mathrm{Re}\left\{\mathbf{f}_4^H \mathbf{f}_1\right\}}{1+2\varepsilon_I}, \qquad \beta_4 = \mathrm{Im}\left\{ \mathbf{f}_1^H \mathbf{f}_4 - \frac{\pi_a \mu_3 \mu_4}{\sigma^2} \frac{4\mathrm{Re}\left\{\mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_1\right\}}{1+2\varepsilon_I} \mathbf{h}_3^H \mathbf{h}_4 \right\}.$$

On peut alors conclure en écrivant $z_{fwl}(n)$ à l'aide des expressions établies :

$$z_{fwl}(n) = \frac{2k}{\sigma^2} \Bigg((\|\mathbf{f}_1\|^2 \sin^2 \tilde{\gamma}) a_{2n-1} + 2\mathrm{Re}\{\mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{b}_{BG}(n)\} + \frac{\left(\|\mathbf{f}_1\|^2 \cos^2 \tilde{\gamma}\right) a_{2n-1} + \mathrm{Re}\{\mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_1\}\, e_{2n-1} + \mathrm{Re}\{\mathbf{f}_4^H \mathbf{f}_1\}\, e_{2n}}{1+2\varepsilon_I} \Bigg)$$

La contribution induite par a_{2n} dans y_{fwl} est purement imaginaire et disparaît donc totalement dans $z_{fwl}(n)$ par la prise de partie réelle. De plus, pour $\cos^2 \tilde{\gamma} < 1$ et $\varepsilon_I \gg 1$, $\mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_2$ et $\mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_2$ sont approximativement sur l'axe imaginaire car leur partie réelle est négligeable par rapport à la contribution utile $\tilde{\mathbf{w}}_{fwl}^H \tilde{\mathbf{f}}_1 \simeq \frac{2k}{\sigma^2} \|\mathbf{f}_1\|^2 \sin^2 \tilde{\gamma}$ ($\neq 0$). La contribution de l'interférence interne est donc approximativement annulée par la projection sur l'axe réel qui s'ensuit :

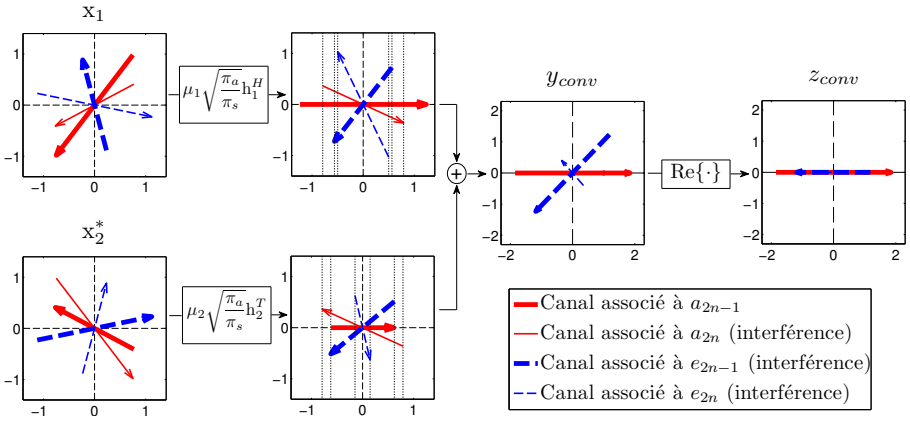
$$z_{fwl}(n) \simeq \frac{2k}{\sigma^2} (\|\mathbf{f}_1\|^2 \sin^2 \tilde{\gamma})\, a_{2n-1} + 2\mathrm{Re}\{\mathbf{w}_{fwl}^H \mathbf{b}_{BG}(n)\}$$

Par conséquent, le récepteur annule convenablement l'ensemble des interférences (induites par a_{2n}, e_{2n} et e_{2n-1}) à fort INR. Il est à noter que dans le cas particulier $\cos^2 \tilde{\gamma} = 0$ ($\tilde{\mathbf{f}}_1$ orthogonal à l'espace généré par $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$) les récepteurs MMSE pleinement LSL et Alamouti conventionnel rejettent tous deux parfaitement les interférences quel que soit le INR.

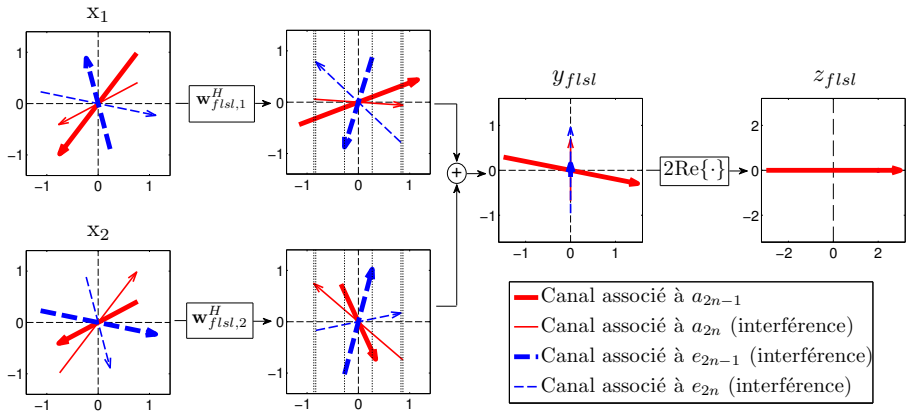
3.4. Simulations

On représente en figure 3, pour $N = 1$, un INR de 20 dB et un SNR (*Signal to Noise Ratio*) de 0 dB, les transformations successives subies par les constellations utile et interférentes au sein des récepteurs Alamouti conventionnel et MMSE pleinement LSL, pour chaque étape opérée par les récepteurs (cf. figure 1 et figure 2 pour le découpage de ces différentes étapes). Dans le cas particulier $N = 1$ il est à noter que les récepteurs Alamouti conventionnel et MMSE partiellement LSL sont équivalents ; les figures qui suivent données pour le récepteur Alamouti conventionnel sont donc également valables pour le récepteur MMSE partiellement LSL.

Le récepteur Alamouti conventionnel annule uniquement l'interférence liée au symbole a_{2n} grâce à l'orthogonalité du code d'Alamouti ; les interférences induites



(a) Récepteur Alamouti conventionnel



(b) Fully MMSE LSL

Figure 3. Variation des constellations au sein des récepteurs

par l'utilisateur interférent ne sont néanmoins pas traitées. On remarque bien le filtrage adapté opéré, aussi bien dans $\mathbf{x}_1$ que dans $\mathbf{x}_2$: la partie utile y est déjà placée sur l'axe réel. Par ailleurs, la contribution du signal interférent a_{2n} est mise en opposition dans $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$. Le filtre $\mathbf{w}_{conv}$ utilise ainsi les degrés de liberté disponibles pour maximiser le SNR et annuler la contribution induite par a_{2n}.

Le récepteur MMSE pleinement LSL annule quant à lui l'interférence liée au symbole a_{2n} ainsi que les interférences induites par l'autre utilisateur, en exploitant à la fois la nature réelle de la constellation, l'orthogonalité du code d'Alamouti et la structure du bruit. Le nombre de degrés de liberté disponibles correspond aux phases et modules de $\mathbf{w}_{fwl,1}$ et $\mathbf{w}_{fwl,2}$, où $\mathbf{w}_{fwl,1}$ et $\mathbf{w}_{fwl,2}$ sont les vecteurs $N \times 1$ agissant sur $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$, c'est-à-dire tels que $\mathbf{w}_{fwl} = [\mathbf{w}_{fwl,1}^T, \mathbf{w}_{fwl,2}^T]^T$. Un degré de liberté est

utilisé pour conserver le signal utile, les $4N - 1 = 3$ restants pour annuler les trois interférences a_{2n}, e_{2n-1} et e_{2n}. Ces trois degrés de liberté peuvent être interprétés comme deux rotations et une homothétie.

4. Performances en termes de SINR

On calcule analytiquement dans cette section les SINR en sortie du récepteur MMSE partiellement LSL et en sortie du récepteur MMSE pleinement LSL afin de les comparer. On donne dans un premier temps les expressions dans le cas général, puis on s'intéresse ensuite au cas particulier d'une seule interférence interne (*i.e.* $P = 1$) avant de généraliser à un nombre quelconque d'interférences internes P.

4.1. Expression des SINR dans le cas général

Les expressions du SINR en sortie des deux filtres considérés dans cette section, le SINR étant défini comme le ratio en sortie entre la puissance du symbole utile et la puissance totale des nuisances (interférences + bruit), sont obtenues à partir des expressions de z_{pwl} (5) et $z_{fwl}(n)$ (6).

$$\mathrm{SINR}_{fwl} = \frac{\pi_s(\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1)^2}{\pi_s(\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_2)^2 + \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1}$$

$$\mathrm{SINR}_{pwl} =$$

$$\frac{\pi_s(\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{g}_1)^2}{\pi_s(\mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{g}_2\})^2 + \frac{1}{2}(\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}} \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{g}_1 + \mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{C}_{\overline{\mathbf{b}}} \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{x}}}^{-*} \mathbf{g}_1^*\})}$$

Dans le cas présent d'interférences internes (modèle de bruit total 2.4), les expressions précédentes se simplifient, grâce aux propriétés évoquées en section 2.4. On obtient alors

$$\mathrm{SINR}_{fwl} = \pi_s \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1, \tag{24}$$

$$\mathrm{SINR}_{pwl} = \frac{2\pi_s(\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1)^2}{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1 + \mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{C}_{\overline{\mathbf{b}}} \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-*} \mathbf{g}_1^*\}}. \tag{25}$$

4.2. Récepteur MMSE partiellement LSL

On s'intéresse ici au SINR en sortie du récepteur MMSE partiellement LSL, dans un premier temps pour le cas particulier d'une seule interférence interne (modèle de bruit total identique à la partie 3.1). On cherche à simplifier l'expression (25). Comme on s'est placé dans le cas $P = 1$, on peut facilement calculer $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}$, de la même manière que $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}$ en (17) ; on obtient

$$\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2}\left(\mathbf{I} - \frac{\varepsilon_I}{1+\varepsilon_I}\left(\frac{\mathbf{g}_3\mathbf{g}_3^H}{\|\mathbf{g}_3\|^2} + \frac{\mathbf{g}_4\mathbf{g}_4^H}{\|\mathbf{g}_4\|^2}\right)\right). \tag{26}$$

Grâce à cette expression de $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}$ on exprime $\pi_s \mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1$ sous la forme suivante :

$$\pi_s \mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1 = \varepsilon_s \left(1 - \frac{\varepsilon_I}{1+\varepsilon_I} \cos^2 \overline{\gamma}\right), \tag{27}$$

où $\varepsilon_s = \|\mathbf{f}_1\|^2 \pi_s / \sigma^2$ est le ratio entre la puissance en réception du signal et la puissance du bruit de fond et $\overline{\gamma}$ l'angle entre le vecteur $\mathbf{g}_1$ et l'espace généré par les vecteurs $\mathbf{g}_3$ et $\mathbf{g}_4$. L'angle $\overline{\gamma}$ peut être caractérisé à l'aide des coefficients de corrélation spatiale α_{13} et α_{14} définis précédemment.

$$\cos^2 \overline{\gamma} = \frac{|\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3|^2 + |\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4|^2}{\|\mathbf{g}_1\|^2 \|\mathbf{g}_3\|^2} = |\alpha_{13}|^2 + |\alpha_{14}|^2$$

De plus, comme $\mathbf{C}_{\overline{\mathbf{b}}} = \pi_s(\mathbf{g}_3 \mathbf{g}_3^T + \mathbf{g}_4 \mathbf{g}_4^T)$, on peut calculer $\mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{C}_{\overline{\mathbf{b}}} \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1*} \mathbf{g}_1^*\}$.

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{C}_{\overline{\mathbf{b}}} \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1*} \mathbf{g}_1^*\} &= \frac{\varepsilon_s \varepsilon_I}{(1+\varepsilon_I)^2} \mathrm{Re}\{\alpha_{13}^2 + \alpha_{14}^2\}, \\ &= \frac{\varepsilon_s \varepsilon_I}{(1+\varepsilon_I)^2} \left(2\cos^2 \tilde{\gamma} - \cos^2 \overline{\gamma}\right). \end{aligned}$$

La ligne de calcul qui précède utilise le fait que $|z|^2 + \mathrm{Re}\{z^2\} = 2\mathrm{Re}\{z\}^2$ quel que soit z complexe, appliqué à α_{13} et α_{14}. On peut finalement écrire le SINR (25) en sortie du récepteur MMSE partiellement LSL sous la forme suivante :

$$\mathrm{SINR}_{pwl} = \frac{2\varepsilon_s (1 - \frac{\varepsilon_I}{1+\varepsilon_I} \cos^2 \overline{\gamma})^2}{1 - \frac{\varepsilon_I}{(1+\varepsilon_I)^2} \left(\varepsilon_I \cos^2 \overline{\gamma} + 2\left(\cos^2 \tilde{\gamma} - \cos^2 \overline{\gamma}\right)\right)}. \tag{28}$$

En présence d'une interférence forte ($\varepsilon_I \gg 1$), le SINR peut être approximé de la façon suivante :

$$\mathrm{SINR}_{pwl} \simeq 2\varepsilon_s (1 - \cos^2 \overline{\gamma}). \tag{29}$$

On obtient une approximation similaire dans le cas de $1 < P < N$ interférences fortes. L'angle $\overline{\gamma}$ est alors défini comme l'angle entre $\mathbf{g}_1$ et l'hyperplan formé par l'ensemble des vecteurs interférents $\mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4, \ldots, \mathbf{g}_{2P+1}, \mathbf{g}_{2P+2}$.

4.3. Récepteur MMSE pleinement LSL

On s'intéresse désormais au récepteur MMSE pleinement LSL en présence d'une seule interférence interne ($P = 1$). On obtient dans ce cas le SINR qui suit en utilisant l'expression de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}$ calculée précédemment (17) :

$$\mathrm{SINR}_{fwl} = 2\varepsilon_s \left(1 - \frac{2\varepsilon_I}{1+2\varepsilon_I} \cos^2 \tilde{\gamma}\right), \tag{30}$$

où l'on rappelle que $\tilde{\gamma}$ est l'angle entre le vecteur $\tilde{\mathbf{f}}_1$ et le plan formé par les vecteurs $\tilde{\mathbf{f}}_3$ et $\tilde{\mathbf{f}}_4$. Si l'on suppose une interférence forte ($\varepsilon_I \gg 1$) le SINR peut s'écrire

$$\mathrm{SINR}_{fwl} \simeq 2\varepsilon_s (1 - \cos^2 \tilde{\gamma}) \tag{31}$$

On obtient la même approximation dans le cas de $1 < P < 2N$ interférences fortes mais en prenant $\tilde{\gamma}$ l'angle entre $\tilde{\mathbf{f}}_1$ et l'hyperplan formé par l'ensemble des vecteurs interférents $\tilde{\mathbf{f}}_3, \tilde{\mathbf{f}}_4, \ldots, \tilde{\mathbf{f}}_{2P+1}, \tilde{\mathbf{f}}_{2P+2}$.

4.4. Comparaison des SINR

Nous comparons à présent les deux SINR obtenus pour une interférence forte ($P = 1$ et $\varepsilon_I \gg 1$). Il suffit de remarquer que $\cos^2 \tilde{\gamma} = \mathrm{Re}\{\alpha_{13}\}^2 + \mathrm{Re}\{\alpha_{14}\}^2 \leq |\alpha_{13}|^2 + |\alpha_{14}|^2 = \cos^2 \overline{\gamma}$. Grâce à (29), (31), on a donc prouvé que $\mathrm{SINR}_{fwl} \geq \mathrm{SINR}_{pwl}$. Cette inégalité s'étend également au cas de $P > 1$ interférences. Le récepteur MMSE pleinement LSL prend en compte les phases de $\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3$ et $\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4$, contrairement au récepteur MMSE partiellement LSL, ce qui lui permet d'avoir un SINR plus élevé.

4.5. Simulations

On représente en figure 4 les SINR en sortie des deux récepteurs, en fonction de l'angle $\varphi_1 = \arg(\mathbf{h}_1)$, dans le cas $N = 1$ avec un SNR de 13 dB et un INR de 30 dB et avec $\mu_2\mathbf{h}_2$, $\mu_3\mathbf{h}_3$, $\mu_4\mathbf{h}_4$ et $|\mu_1\mathbf{h}_1|$ fixés. Les deux SINR varient en fonction de l'alignement de $\mathbf{h}_1$ avec les canaux virtuels interférents $\mathbf{h}_3$ et $\mathbf{h}_4$. On observe une différence d'environ 20 dB entre les deux SINR, confirmant l'inégalité établie $\mathrm{SINR}_{fwl} > \mathrm{SINR}_{pwl}$.

Il faut noter que pour $N = 1$ on a $\cos^2 \overline{\gamma} = 1$ et (28) devient alors $\mathrm{SINR}_{pwl} = 2\varepsilon_s/(1 + 2\varepsilon_I \cos^2 \tilde{\gamma})$. Néanmoins, en comparant cette expression à (30), on remarque qu'on a toujours $\mathrm{SINR}_{pwl} \leq \mathrm{SINR}_{fwl}$ quel que soit ε_I.

On représente également en figure 5 les SINR en sortie des deux récepteurs en fonction de $\varepsilon_I/(2N)$ (correspondant au INR moyen par antenne et par symbole interférent en entrée du récepteur) dans le cas $N = 2$ avec un SNR de 13 dB et $\mu_1\mathbf{h}_1$, $\mu_2\mathbf{h}_2$, $\mathbf{h}_3$ et $\mathbf{h}_4$ fixés, tandis que $\mu_3 = \mu_4$ varie. On a ajouté pour référence le SINR en sortie du récepteur Alamouti conventionnel. On observe également dans ce cas l'optimalité du récepteur MMSE pleinement LSL par rapport aux récepteurs sous-optimaux MMSE partiellement LSL et Alamouti conventionnel. Les performances des récepteurs décroissent bien entendu lorsque l'on augmente la puissance de l'interférence, mais les récepteurs MMSE LSL présentent tous deux un plateau lorsque $\varepsilon_I/(2N)$ augmente, ce qui montre leur capacité de réjection d'interférence. Les deux plateaux, distants de plus de 5 dB, mettent en évidence l'optimalité du récepteur MMSE pleinement LSL. Le récepteur Alamouti conventionnel, n'étant pas capable de traiter l'interférence, n'a pas ce comportement (absence de plateau).

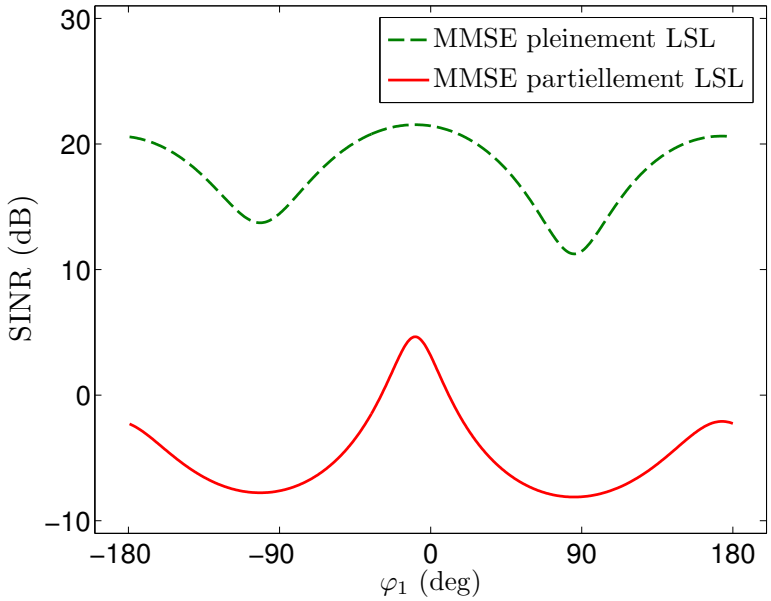


Figure 4. Comparaison des SINR pour $N = 1$

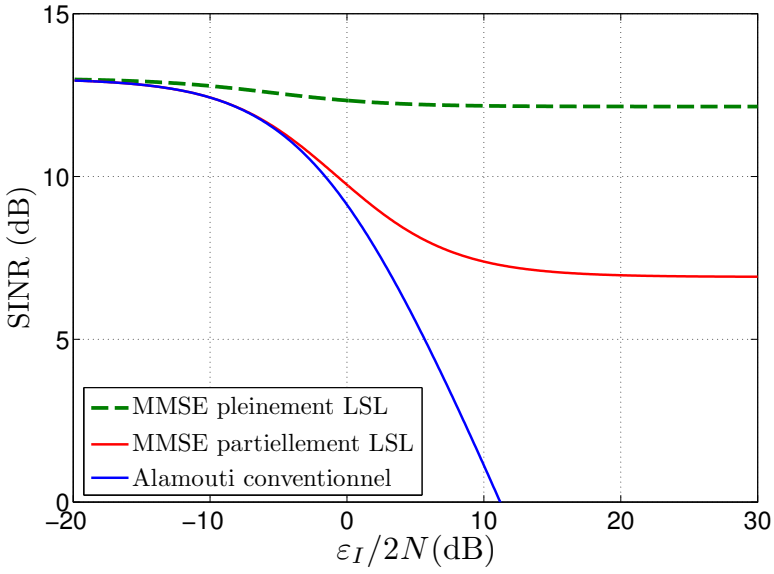


Figure 5. Comparaison des SINR pour $N = 2$

5. Performances en termes de SER

5.1. Calcul des SER

On considère une constellation ASK à $2L$ états $\mathcal{A} = \{\pm 1, \pm 3, ..., \pm(2L-1)\}$. En supposant les symboles interférents et utiles équiprobables, on obtient la formulation générale suivante pour les SER :

$$\text{SER} = k_L \sum_{\substack{e_{1,1}, e_{1,2}, ..., \\ e_{P,1}, e_{P,2} \in \mathcal{A}}} Q\left(\frac{\sqrt{\text{SNR}}}{\sqrt{\pi_a}} + \sum_{i=1}^{P} \mathbf{u}_i^H \mathbf{e}_i \frac{\sqrt{\text{INR}_i}}{\sqrt{\pi_a}} \right) \tag{32}$$

où $Q(u) = (\int_u^{+\infty} e^{-v^2/2} dv)/\sqrt{2\pi}$, où $\mathbf{e}_i = [e_{i,1}, e_{i,2}]^T$ correspond au signal de l'interférence i, $k_l = 2(2L-1)/(2L)^{2P+1}$, où le SNR est calculé en sortie du récepteur, où INR_i est l'INR induit par l'interférence i en sortie du récepteur et $\mathbf{u}_i$ est le vecteur directeur de l'interférence i en sortie du récepteur (cf. tableau 2). Le SNR, les INR_i et les $\mathbf{u}_i$ sont définis dans le tableau 2, dans lequel on note $\text{Re}\{\mathbf{v}\}$ le vecteur dont les composantes sont les parties réelles des composantes du vecteur $\mathbf{v}$, $\mathbf{G}_i = [\mathbf{g}_{2i+1}, \mathbf{g}_{2i+2}]$ et $\tilde{\mathbf{F}}_i = [\tilde{\mathbf{f}}_{2i+1}, \tilde{\mathbf{f}}_{2i+2}]$. L'expression (32) étend l'expression du SER pour une interférence BPSK établie par (Chevalier, Pipon, 2006), et est une version alternative de la formule établie dans (Chevalier, Dupuy, 2011) – l'expression (32) et l'expression établie dans (Chevalier, Dupuy, 2011) coïncident.

Tableau 2. Expressions des SNR, INR_i et $\mathbf{u}_i$

	MMSE partiellement LSL	MMSE pleinement LSL
SNR	$\frac{2\pi_s(\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1)^2}{\sigma^2 \mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-2} \mathbf{g}_1}$	$\frac{\pi_s(\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1)^2}{\sigma^2 \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-2} \tilde{\mathbf{f}}_1}$
INR_i	$\frac{2\pi_i \|\text{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{G}_i\}\|^2}{\sigma^2 \mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-2} \mathbf{g}_1}$	$\frac{\pi_i \|\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i\|^2}{\sigma^2 \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-2} \tilde{\mathbf{f}}_1}$
$\mathbf{u}_i$	$\frac{\text{Re}\{\mathbf{G}_i^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1\}}{\|\text{Re}\{\mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{G}_i\}\|}$	$\frac{\tilde{\mathbf{F}}_i^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1}{\|\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i\|}$

5.2. Simulations

On représente en figure 6 les SER théoriques et obtenus en simulation en sortie des deux récepteurs en fonction de π_s/σ^2, pour $N = 1$ et $N = 2$ dans le cas d'une constellation ASK à 4 états. Le SIR (rapport signal à interférence) est fixé à -10 dB. On utilise 10^5 bursts de 56 blocs de 2 symboles dans les simulations. Les simulations illustrent la capacité de traitement des interférences du récepteur MMSE pleinement LSL, notamment sa capacité à effectuer du SAIC, et montrent sa supériorité sur le récepteur usuel de la littérature, aussi bien pour $N = 1$ que pour $N > 1$.

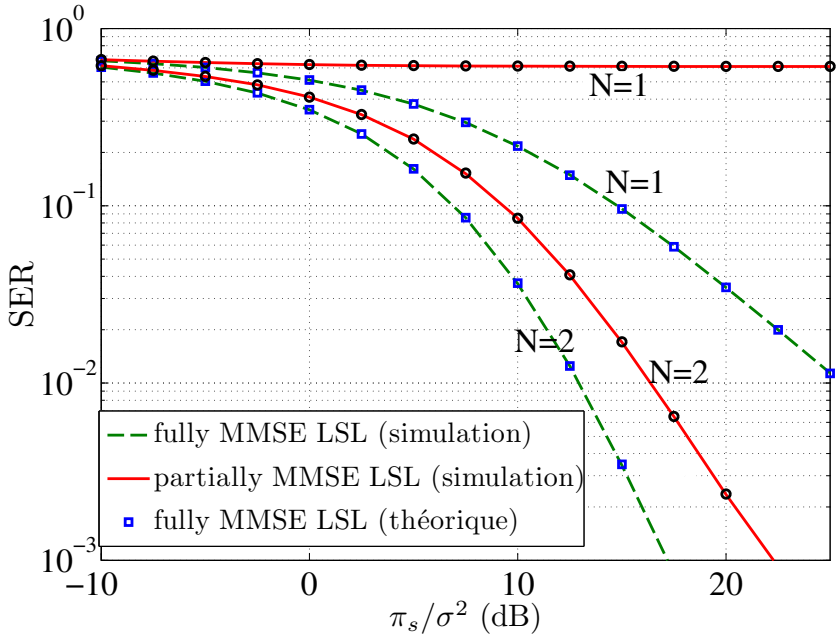


Figure 6. Comparaison des SER pour $N = 1$ et $N = 2$

6. Conclusion

Le fonctionnement en présence d'interférences synchrones du récepteur MMSE pleinement LSL, introduit dans (Chevalier, Dupuy, 2009 ; 2011), a été mis en valeur grâce à une interprétation géométrique et son intérêt justifié par sa comparaison en termess de SINR et SER par rapport aux récepteurs de l'état de l'art. Ce récepteur ouvre de nouvelles perspectives pour les radiocommunications cellulaires de 4^e génération et les réseaux *ad hoc* militaires par sa capacité à effectuer du SAIC/MAIC, ce qui permet de densifier le réseau à moindre coût.

Bibliographie

Alamouti S. (1998, octobre). A simple transmit diversity technique for wireless communications. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, n° 8, p. 1451–1458.

Chevalier P., Dupuy F. (2009, novembre). Single and multiple antennas Alamouti receivers for the reception of real-valued signals corrupted by interferences. In *Proc. asilomar conference.*

Chevalier P., Dupuy F. (2011, juillet). Widely linear Alamouti receivers for the reception of real-valued constellations corrupted by interferences – the Alamouti SAIC/MAIC concept. *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 59, n° 7, p. 3339–3354.

Chevalier P., Pipon F. (2006, mars). New insights into optimal widely linear array receivers for the demodulation of BPSK, MSK, and GMSK signals corrupted by noncircular interferences-application to SAIC. *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, n° 3, p. 870–883.

Naguib A., Seshadri N., Calderbank A. (1998, novembre). Applications of space-time block codes and interference suppression for high capacity and high data rate wireless systems. In *Proc. asilomar conference*, p. 1803–1810.

Trigui H., Slock D. (2000, juillet). Performance bounds for cochannel interference cancellation within the current GSM standard. *Signal processing*, vol. 80, n° 7, p. 1335–1346.

Florian Dupuy. *Ingénieur R&D à Thales Communications & Security dans le domaine de la guerre électronique et du traitement du signal, il a effectué sa thèse à l'université Paris-Est sous la direction de Philippe Loubaton. Ses travaux de recherche s'intéressent aux récepteurs linéaires au sens large pour les signaux non circulaires, aux techniques d'annulation des interférences mais également à l'optimisation de la capacité MIMO et à la théorie des matrices aléatoires.*

Pascal Chevalier. *Professeur titulaire de la Chaire Électronique au Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), il est également expert au sein de Thales Communications & Security. Ses travaux de recherche portent sur les techniques de traitement d'antenne (entre autres les traitements spatiotemporels, aveugles, d'ordres supérieurs, linéaires, non linéaires, et particulièrement linéaires au sens large pour les signaux non circulaires) mais aussi sur les systèmes SIMO et MIMO, les télécommunications satellites, la surveillance du spectre et l'écoute passive de la bande HVUHF.*